資産価格と世代重複
（計算経済学の研究その23）
Asset Pricing and Overlapping Generations

釜　　国男*
Kunio KAMA

土地や株式などの資産取引に参加するのは特定の年齢層に限られる。このことから分かるように、資産取引には年齢が関係してくる。ライフサイクルステージに応じてある年齢の世代は資産を購入し、別の世代は資産を売却する。資産価格の研究においてこれまで無視されてきた論点である。Lucas（1978）に代表される資産価格の理論では、無限の計画期間をもつ消費者を想定する。これによってモデルは簡単化されるが、これはきわめて非現実的な仮定であることは否定できない。寿命に限りがあり計画期間が有限である場合、資産価格はどのように決定されるのであろうか。本稿では世代重複モデル（Overlapping Generations Model）を用いてこの問題について考える[1)]。OLG モデルは複雑な構造をしており、解析的な方法で解を求めることは難しい。代わりに数値計算を行って資産価格を求める。ただし標準的なモデルと異なり、異質的な消費者を仮定する。つまり同一世代に属する消費者は資産や配当の面で多様性がある。現実の資産市場でも様々な個人や企業が取引を行っている。参加者の異質性を認めると所得や資産の分配が重要な意味をもってくる。例えば、なんらかの理由で所得分配が変わると経済全体の消費支出が増加したり減少したりするかもしれない。また所得分配のあり方によって公的年金の経済効果も異なる可能性が高い。これまで行われたOLG の実証研究の多くは離散時間のモデルに基づいている。離散時間にすれば理解しやすい上に年次データしか利用できないからである。しかし数値計算を行うには連続時間モデルのほうが都合がよい。計算が簡単で既存のコンピュータプログラムを利用できるからである。しかも世代数を増やしても計算時間はあまり変わらない。こうした理由から連続時間のモデルを用いることにした。最初に交換経済における資産価格について検討する。消費者は配当の一部を消費して残りは資産の購入にあてる。交換経済では資産価格は需要側の要因だけで決まる。次に生産活動を含むようにモデルを拡張する。この場合、消費者は自らの労働と資本を用いて生産活動を行う。最後に労働時間が変化する場合について議論する。

＊創価大学名誉教授

1. モデルの構造

世代重複モデルを用いて資産価格の決定について考察する。どの世代も同じ人口を擁し全世代の人口は1とする。消費者のある年における年齢を t、資産を k_t、配当を z_t、消費を c_t とし、T 年間だけ生存する。それぞれの消費者は予算制約のもとで生涯の期待効用を最大化する。

$$\max_{\{c_t\}\geq 0} \quad E_0\left[\int_0^T e^{-\rho t}u(c_t)dt + e^{-\rho T}\phi(k_T)\right] \tag{1}$$

$$s.t. \qquad \dot{k}_t = \frac{k_t z_t - c_t}{p_t}, \ \ k_t \geq 0 \ \ , \ \ \phi(k_T) \geq 0$$

ここで p_t は消費財で表した資産価格である。配当はつぎの拡散過程に従うものとする。

$$dz_t = \theta(\mu - z_t)dt + \sigma dW_t \ \ , \ \ z_t \in [z_1, z_2] \tag{2}$$

動的計画法を適用すると、HJB 方程式は

$$\rho V(k,z,t) = \max_c \left\{ u(c) + V_k(k,z,t)((kz-c)/p) + V_z(\theta(\mu - z)) + \frac{\sigma^2}{2}V_{zz}(k,z,t) + V_t(k,z,t) \right\} \tag{3}$$

と表される。$V(k,z,t)$ は t 歳のときの value function である。最適消費の条件は

$$u'(c) = \frac{V_k(k,z,t)}{p} \tag{4}$$

となる。これより消費は資産、配当、および年齢によって決まり、関数 $c(k,z,t)$ で表すことにする。貯蓄は

$$s(k,z,t) = \frac{kz - c(k,z,t)}{p} \tag{5}$$

で与えられる。数値計算では資産の範囲を $k_{\min} \leq k \leq k_{\max}$ とする。このため

$$k_{\min} z - c(k_{\min}, z, t) \geq 0$$

$$k_{\max} z - c(k_{\max}, z, t) \leq 0$$

という条件を課す。等号で成り立つとすると、(4) から

$$c(k_{\min}, z, t) = (u')^{-1}(V_k(k_{\min}, z, t)/p) \tag{6}$$

$$c(k_{\max}, z, t) = (u')^{-1}(V_k(k_{\max}, z, t)/p)$$

となる。

年齢が t 歳である世代の資産と配当の分布を $g(k,z,t)$ と表す。これはつぎのコルモゴロフ方程式を満たす。

$$g_t(k,z,t) = -\partial_k(s(k,z,t)g(k,z,t)) - \partial_z(\theta(\mu - z)g(k,z,t)) + \frac{\sigma^2}{2}g_{zz}(k,z,t) \tag{7}$$

また規格化の条件

$$\int_{z_1}^{z_2}\int_0^\infty g(k,z,t)dkdz = 1 \tag{8}$$

も満たさなければならない。最初と最後の世代については

$$g(k,z,0) = g(k,z,T) \tag{9}$$

が成り立つと仮定する。つまり遺産相続により第0世代と第 T 世代の状態変数の分布は等しくなる。

世代全体の資産は

$$K(t) = \frac{1}{T}\int_{z_1}^{z_2}\int_0^\infty kg(k,z,t)dkdz \tag{10}$$

で与えられる。資産価格は貯蓄を通じて資産と配当の分布を変化させる。このため $K(t)$ は資産価格の関数となり、全世代の資産

$$D(p) = \int_0^T K(t)dt$$

も資産価格の関数となる。資産の供給は 1 に固定されており、資産市場の均衡条件は

$$D(p) = 1 \tag{11}$$

である。$D(p)$ は p の減少関数であり、均衡価格は 1 つだけ存在する [2)]。

競争均衡解を解析的な方法で求めることは難しい。このため数値計算によって近似解を求めた。有限要素法や有限差分法、有限体積法、スペクトル法などいろいろな方法があるが、ここでは有限差分法を用いることにした。最初に HJB 方程式の数値解法について簡単に説明しよう [3)]。資産と配当を k_i, $i = 1,\ldots,I$ と z_j, $j = 1,\ldots,J$ で離散化し、年齢は t_h, $h = 1,\ldots,N$ で近似する。$V(k_i,z_j,t_h)$ の近似値を $V_{i,j,h}$ とする。$V_{i,j,h}$ の初期値を設定して収束条件を満たすまでつぎの式を繰り返し計算する。

$$\frac{V_{i,j,h}^{n+1}-V_{i,j,h}^{n}}{\Delta}+\rho V_{i,j,h}^{n+1}=u(c_{i,j,h}^{n})+\partial_k V_{i,j,h}^{n+1}((k_i z_j-c_{i,j,h}^{n})/p)+\partial_z V_{i,j,h}^{n+1}(\theta(\mu-z_j))+\frac{\sigma^2}{2}\partial_{zz}V_{i,j,h}^{n+1}+\frac{V_{i,j,h}^{n+1}-V_{i,j,h}^{n}}{\Delta t} \tag{12}$$

この式は行列を用いて

$$\rho V^n = u^{n+1}+A^{n+1}V^n+\frac{1}{\Delta t}(V^{n+1}-V^n) \tag{13}$$

と書き表される。ここで A^{n+1} は離散化した k_t と z_t の遷移行列であり、V^n は $V_{i,j,h}^n$ を要素とするベクトルである。これは1階の差分方程式であり、$\phi(k_T)$ を初期条件として時間を逆向きにして解く。大規模な行列計算が必要であるが、スパース行列の性質を利用すれば効率的に計算することができる。

つぎに t_h 世代の資産と配当の分布を $g_{i,j}^h$ で近似すると

$$\frac{g^{h+1}-g^h}{\Delta t}=(A^h)^T g^{h+1}$$

が成り立つ。これより

$$g^{h+1}=(I-\Delta t(A^h)^T)^{-1}g^h \tag{14}$$

となる。こんどは、$g_{i,j}^0=g(k_i,z_j,0)$ を初期値として時間を正の方向に進めて $g_{i,j}^h$ を求める。

競争均衡は (3)、(7)、(11) 式を満たす $V(k,z,t)$, $g(k,z,t)$ および p によって定義される。数値計算のポイントは (11) を満たす資産価格を求めることである。数値計算ではつぎの効用関数を用いた[4)]。

$$u(c)=-\frac{1}{c}$$

$$\phi(k_T)=0.3\log(0.001+k_T) \tag{15}$$

この場合、最適消費は

$$c=\left[\frac{V_k(k,z,t)}{p}\right]^{-\frac{1}{2}}$$

となる。これより資産価格が上昇すると消費は増加することが分かる。

つぎの手順で数値解を求めた。

［ステップ1］資産価格の初期値 $p=p^0$ と第0世代の資産と所得の分布を与える。

［ステップ2］(13) と (14) 式から $V_{i,j,h}^n$ と $g_{i,j,h}^n$ を計算する。

［ステップ3］総資産

$$D^{new} = \frac{1}{T}\sum_{n=1}^{N}\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J} k_i g_{i,j}^{n} \Delta t \Delta k \Delta z$$

を求めて $|D^{new}-1| \le \varepsilon$ であれば終了する。そうでなければ

$$p^{new} = p + 0.35 \times \left(D^{new} - 1\right)$$

により価格を更新してステップ 2 へ戻る。

初期値をうまく選ぶと少数回反復しただけで収束し、世代数を増やしても計算時間はあまり変わらない。

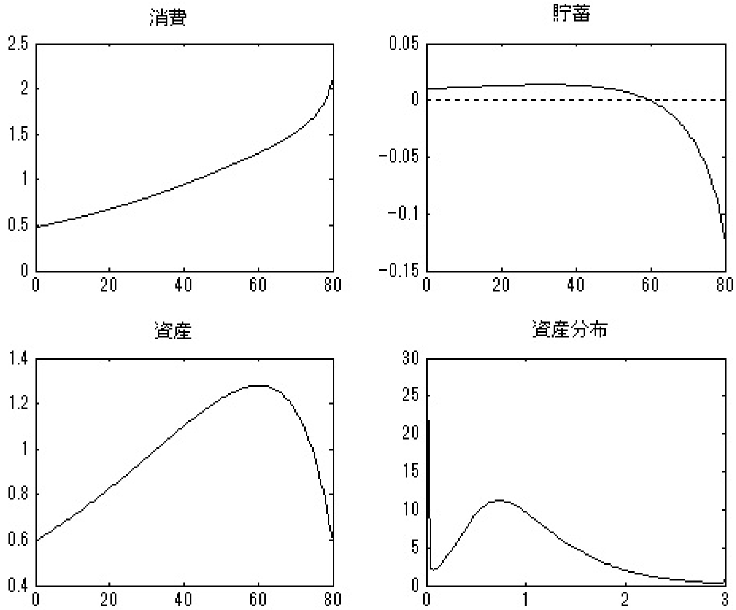
2. 計算結果

消費者の生存期間は T = 80 であり、各世代の人口は 1/80 である。モデルのパラメータは ρ = 0.05, θ = 0.6, μ = 1, σ = 0.3 とする。資産と配当は $0.01 \le k \le 3$, $0.01 \le z \le 1.99$ の区間に 100 と 30 の分点をとる。Δt = 0.5 であり、全部で 160 世代が重複している。μ = 1 より経済全体では消費と配当は 1 に等しくなる。Matlab で前節のアルゴリズムを実行すると、均衡価格は p^*=12.166 となる。図1 は主要な集計量と資産の分布を示している。３つのグラフは世代ごとに集計した消費、貯蓄と資産である。たとえば第 t 世代の消費 $C(t)$ は

$$C(t) = \frac{1}{T}\int_{z_1}^{z_2}\int_{0}^{\infty} c(k,z,t) g(k,z,t) dk dz$$

で与えられる。消費は年齢とともに増加し、70 歳頃から急増する。各世代の人口は等しいので高齢者ほど多く消費することがわかる。貯蓄は 60 歳まではプラスで、それ以降はマイナスとなる。高齢者と若年者の間で資産が取引され、高齢者は資産を売却して消費を増やしている。これは消費のライフサイクル理論と整合的な行動パターンである。下段には 30 歳の世代について資産分布を示している。資産分布は山型をしており、一部のメンバーはほとんど資産をもっていない。他の世代でも同じような形の分布となる。配当の増加は資産価格を押し上げると予想される。そこで μ =1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0 として計算すると、資産価格 p = 12.166, 17.556, 23.013, 28.597, 34.897, 39.709, 41.184 となる。予想通り資産価格は配当の増加関数となる。また消費者の主観的割引率も資産価格に強く影響する。割引率が ρ = 0.02, 0.04, 0.06, 0.08, 0.10, 0.12, 0.14 と高くなると、資産価格は p = 16.398, 13.075, 11.017, 9.372, 8.109, 7.117, 6.376 と低くなる。これは割引率が高くなると消費の増加で資産の需要が減少するからである。

図１　世代別の集計値と資産分布



３．生産活動を含む場合

これまで検討したのは交換経済における資産価格の決定である。次に生産活動を含むようにモデルを拡張しよう。消費者は資本と労働を用いて財を生産する。生産量は $y=Ak^{\alpha}z^{1-\alpha}$ で与えられる。A は全要素生産性で z は労働効率を表す。式の意味は異なるが、z は先の (2) と同じ式に従うものとする。生産した財の一部は消費して残りは資産の購入にあてる。$y=c+pi$ (i は投資) から

$$\dot{k}=\frac{Ak^{\alpha}z^{1-\alpha}-c}{p}$$

となる。前節の HJB 方程式をつぎのように修正する。

$$\rho V(k,z,t)=\max_{c}\left\{u(c)+V_k(k,z,t)((Ak^{\alpha}z^{1-\alpha}-c)/p)+V_z(\theta(\mu-z))+\frac{\sigma^2}{2}V_{zz}(k,z,t)+V_t(k,z,t)\right\} \quad (16)$$

最適消費の条件は変わらない。貯蓄がゼロとなる $k=k_{\min}, k_{\max}$ では

$$V_k(k_{\min},z,t)=p(Ak_{\min}^{\alpha}z^{1-\alpha})^{-2}$$

$$V_k(k_{\max},z,t)=p(Ak_{\max}^{\alpha}z^{1-\alpha})^{-2}$$

が成り立つ。資産市場の均衡条件は

$$\frac{1}{T}\int_0^T\int_{z_1}^{z_2}\int_0^\infty kg(k,z,t)dkdzdt=1 \tag{17}$$

である。左辺は資産価格の減少関数であり、唯一の均衡解が存在する。つぎの手順で資産価格を求めた。

［ステップ 1］資産と配当分布の初期値を $g^0 = 1/(3000\times\Delta k\times\Delta z)$, 価格を $p^0 = 6$ とする。

［ステップ 2］$Vterminal = 0.3\,log(0.001+k)$ を初期値として、年齢を逆向きに各世代の value function を求める。

［ステップ 3］g^0 を初期条件として、年齢順に $g(k,z,t)$ を計算して資産需要 D を求める。

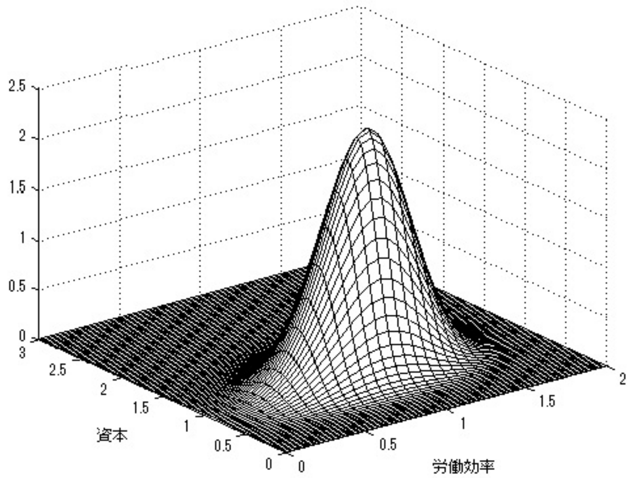
$|D-1|\le\varepsilon$ であれば終了する。そうでなければ

$$p^{new} = p + 0.9\times(D-1)$$

により価格を更新してステップ 2 へ戻る。

パラメータの値は前節と変わらない。ただし生産関数のパラメータは $A=1, \alpha=0.4$ とした。上のアルゴリズムを実行すると、資産価格は $p^*=5.637$ となる。交換経済の場合と比べて価格は大幅に低下する。これは資産の需要が減少したことによる。世代ごとの集計値は先の図 1 とほとんど変わらない。図 2 は 30 歳となる世代の資本と労働効率の分布を示している。図 1 では一部のメンバーはほとんど資産を持たないが、生産活動が行われるとすべてのメンバーが資産を持つようになる。他の世代でも同じような形の分布となる。

図２　資本と労働効率の分布

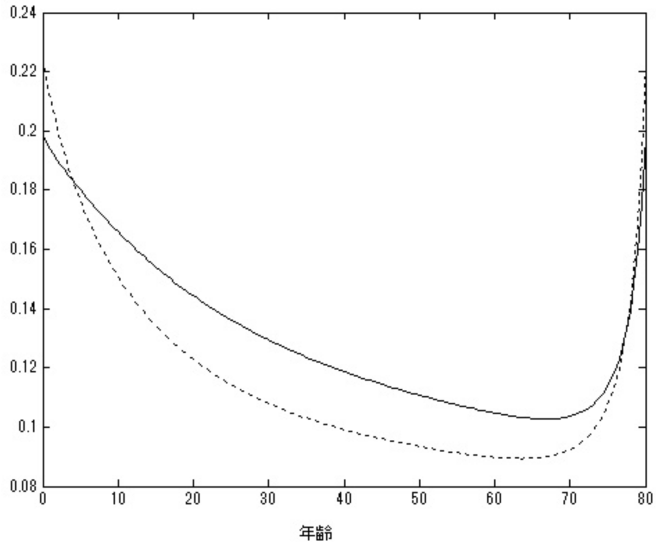


次に政府の分配政策を導入しよう。政府は τ の税率で所得に課税し、同時に b の給付を支給する。税率を $\tau = b/$総所得とすれば収支はバランスする。この場合、貯蓄は

$$\dot{k} = \frac{(1-\tau)Ak^{\alpha}z^{1-\alpha} + b - c}{p}$$

となる。給付を $b = 0.3$ とすると、資産価格は $p^* = 4.126$、所得税率は $\tau = 30.61\%$ となる。図３は

図３　資産のジニ係数



課税前の資産のジニ係数（実線）と課税後の係数（点線）を比較している。図から明らかなように、大半の世代でジニ係数は低くなり資産格差は縮小する。しかし、もともと資産格差は顕著でなかったので政策効果は限定的である。

表１は給付水準を変えたときの集計量を示している。給付が増えるにつれて資産価格は低下する。これは資産需要の減少を反映している。給付に見合って所得税率は 5.10% から 50.93% へ引き上げられる。資産のジニ係数は若干低下する [5)]。各世代の効用を集計して社会的効用をつぎのように定義する。

$$U_{social} = \frac{1}{T}\int_0^T \int_{z_1}^{z_2} \int_0^{\infty} u(a,z,t)g(a,z,t)dadzdt$$

計算結果によると、給付を増やすと社会的効用は改善する。したがって社会的効用を高める１つの方法は税金と給付をセットで増やすことである。

表１　給付と集計量の関係 (1)

給付	資産価格	消費	税率 (%)	ジニ係数	社会的効用
0.05	5.375	0.991	5.10	0.130	− 1.532
0.10	5.123	0.991	10.21	0.128	− 1.503
0.15	4.874	0.991	15.31	0.125	− 1.478
0.20	4.626	0.991	20.41	0.123	− 1.454
0.25	4.377	0.991	25.51	0.120	− 1.432
0.30	4.126	0.991	30.61	0.117	− 1.412
0.35	3.871	0.991	35.70	0.114	− 1.393
0.40	3.614	0.991	40.78	0.110	− 1.375
0.45	3.355	0.991	45.82	0.107	− 1.359
0.50	3.085	0.991	50.93	0.103	− 1.047

４．労働時間の変化

最後に、これまで一定としてきた労働時間が変化する場合について検討しよう。効用関数をつぎのように変更する。

$$u(c,l)=\frac{c^{1-\gamma}}{1-\gamma}-\frac{l^{1+\varphi}}{1+\varphi} \quad (\varphi>0) \tag{18}$$

ここで l は労働時間を表す。生産量は $y = Ak^{\alpha}(zl)^{1-\alpha}$ で与えられる。消費者は生涯の効用が最大となるように消費と労働時間を決定する。動的計画法を適用すると、HJB 方程式は

$$\rho V(k,z,t)=\max_{c,l}\left\{u(c,l)+V_k(k,z,t)((Ak^{\alpha}(zl)^{1-\alpha}-c)/p)+V_z(\theta(\mu-z))+\frac{\sigma^2}{2}V_{zz}(k,z)+V_t(k,z,t)\right\} \tag{19}$$

と表される。最適消費と労働時間は

$$u_c=\frac{V_k(k,z)}{p}$$

$$-u_l=(1-\alpha)\frac{V_k(k,z)}{p}Az^{1-\alpha}\left(\frac{k}{l}\right)^{\alpha} \tag{20}$$

を満たす。これより消費と労働時間は

$$c=\left[\frac{V_k(k,z)}{p}\right]^{-\frac{1}{\gamma}}$$

$$l = \left[(1-\alpha) \frac{V_k(k,z)}{p} A k^{\alpha} z^{1-\alpha} \right]^{\frac{1}{\alpha+\varphi}} \tag{21}$$

で与えられる。資産価格が上昇すると、消費は増加して労働時間は短くなる。資本の下限と上限では貯蓄はゼロでなければならない。下限での労働時間と消費は

$$l = \left[(1-\alpha)(A k_{\min}^{\alpha} z^{1-\alpha})^{1-\gamma} \right]^{\frac{1}{\alpha+\varphi+(1-\alpha)\gamma}} \tag{22}$$

$$c = A k_{\min}^{\alpha} (lz)^{1-\alpha}$$

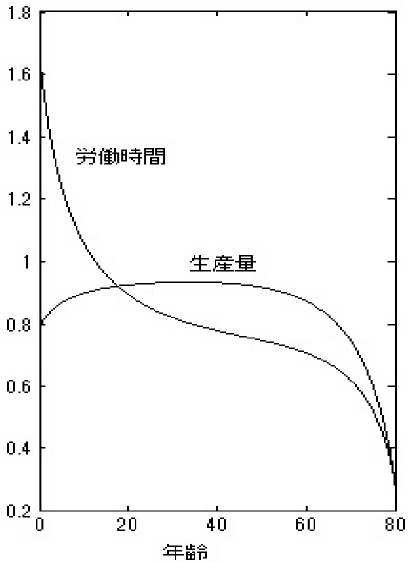
となる。上限では $k = k_{\max}$ とする。労働時間のパラメータは $\varphi = 0.5$ で、他のパラメータの値は前節と変わらない。図4 は前節のアルゴリズムを適用した結果である。左の図は各世代の生産量 $Y(t)$ と労働時間 $L(t)$ を示している。ただし

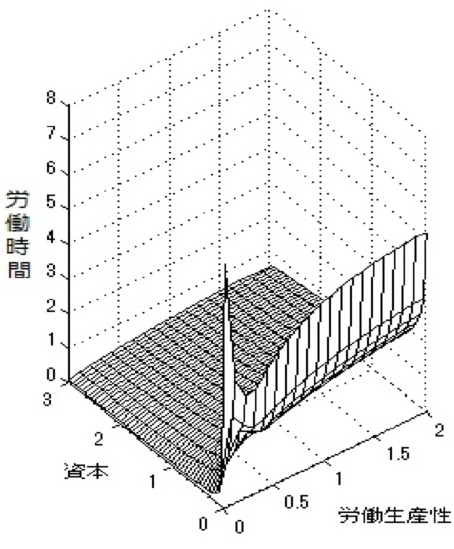
$$Y(t) = \frac{1}{T} \int_{z_1}^{z_2} \int_0^{\infty} A k^{\alpha} (zl)^{1-\alpha} g(k,z,t) dk dz$$

$$L(t) = \frac{1}{T} \int_{z_1}^{z_2} \int_0^{\infty} l(k,z,t) g(k,z,t) dk dz$$

である。計算結果によると、年齢とともに労働時間は短くなる。しかし 50歳になる頃まで資本は増加するので生産量は減少しない。右側の図は 50歳のときの労働時間である。労働時間は生産性が高くなると長くなり、資本が増えると短くなる。他の年齢でも同様の関係がみられる。資

図４　生産量と労働時間





産価格は $p^* = 5.583$ であり、総消費は $C^* = 0.867$、総労働時間は $L^* = 0.821$ となる。総労働時間は短くなり、$l = 1$ の場合と比べて総消費は減少する。なお、$Y = AK^{\alpha}L^{1-\alpha}$ というマクロの生産関数を想定して $K = 1, L = 0.821$ を代入すると、$Y = 0.888$ となる。$Y(t)$ を全世代で合計すると 0.856 となり一致しない。マクロの生産関数は生産要素の分布を無視しているため食い違いが生じる。

全要素生産性が $A = 1.3$ に上昇すると、経済パフォーマンスは改善する。つまり資産価格は $p^*= 6.740$ と高くなり、総消費は $C^*= 1.046$、総労働時間 $L^*= 0.724$ となる。消費は拡大して労働時間は短くなり経済状況は好転する。

次に所得税を徴収して一定の給付を行う政策が導入されたとする。この場合、予算制約は

$$\dot{k} = \frac{(1-\tau)Ak^{\alpha}(zl)^{1-\alpha} + b - c}{p}$$

となる。ここで τ は税率を表し b は給付である。HJB 方程式は

$$\rho V(k,z,t) = \max_{c,l}\left\{u(c,l) + V_k(k,z,t)((((1-\tau)Ak^{\alpha}(zl)^{1-\alpha} + b - c)/p) + V_z(\theta(\mu - z)) + \frac{\sigma^2}{2}V_{zz}(k,z) + V_t(k,z,t)\right\} \quad (23)$$

となる。効用最大化の条件は (20) 式で与えられる。ここで問題となるのは資本の下限と上限における労働時間と消費である。所得税がないときは (22) 式で与えられるが、所得税があるときは次式から求める。

$$\begin{aligned} l &= [(1-\alpha)((1-\tau)Ak_{\min}^{\alpha}z^{1-\alpha}l^{1-\alpha} + b)^{-\gamma} Ak_{\min}^{\alpha}z^{1-\alpha}]^{\frac{1}{\alpha+\varphi}} \\ c &= (1-\tau)Ak_{\min}^{\alpha}(zl)^{1-\alpha} + b \end{aligned} \quad (24)$$

労働時間は最初の式の両辺に含まれている。このため二分法によって労働時間を求めた。上限の場合は $k = k_{\max}$ とする。経済全体の生産量を Y とすると、収支均衡条件は $\tau = b/Y$ である。

給付額を $b = 0.3$ とすると、資産価格は $p^* = 4.209$ となる。総消費は $C^* = 0.871$ であり、総労働時間は $L^* = 0.815$ に増える。また所得税率は $\tau = 34.9\%$ となる。全要素生産性はマクロ経済に強い影響を及ぼす。全要素生産性が $A = 1.3$ になると、$p^* = 6.069$, $C^* = 1.048$, $L^* = 0.721$, $\tau = 29.0\%$ となる。資産価格は上昇して税率は低くなる。給付は据えおいたまま課税所得が増えるので、税率を引き下げることができる。表２は給付と集計量の関係を示している。ただし全要素生産性は $A = 1.3$ としている。給付が引き上げられると、資産需要の減少で資産価格は低下する。消費には目立った違いは見られない。総労働時間もほとんど変わらない。ただし年齢が高くなるほど労働時間は短くなる。給付の引き上げに伴って税率はほぼ２倍となる。経済全体では資産のジニ係数は低く、資産格差はほとんど存在しない。ただし若年世代と老齢世代の資産格差は無視できないほど大きい。最後の欄は社会的効用である。給付が増えるにつれて社会的効用はわずかながら高くなる。世代ごとにみると、年齢とともに消費は増加し労働時間は短くなる。このため若年者に比べて高齢者の効用は高い。この場合も増税して給付を増やすと社会的効用は改善する。

表２　給付と集計量の関係 (2)

給付	資産価格	消費	労働時間	税率 (%)	ジニ係数	社会的効用
0.20	6.351	1.050	0.725	19.31	0.118	− 1.433
0.25	6.226	1.050	0.724	24.14	0.117	− 1.431
0.30	6.082	1.049	0.722	28.98	0.116	− 1.429
0.35	5.337	1.062	0.722	33.35	0.088	− 1.411
0.40	4.356	1.054	0.721	38.50	0.089	− 1.410

５．結語

Lucas（1978）に代表される従来の資産価格モデルを２つの点で修正した。１つは代表的消費者に代えて異質的消費者を仮定したことである。これによって資産分布と資産価格の関係を調べことができるようになる。政府の経済政策は資産価格に直接影響するだけでなく資産分布を通じて間接的にも影響する。これはルーカスのモデルでは見過ごされた論点である。もう１点は世代重複のアイデアを取り入れたことである。消費者はライフサイクルステージの初期段階で貯蓄を行い、後期になると貯蓄をとり崩す。したがって若年世代は老齢世代から資産を購入することになる。少子高齢化のように世代間の人口バランスが崩れると資産市場にも影響が及ぶ。海外取引を無視すれば少子高齢化は資産価格の下落をもたらす可能性か高い。ルーカスモデルに関して Mehra and Prescott（1985）はデータとの適合性に疑問を呈している。つまりモデルから示唆される株式のリスク・プレミアムの理論値と実際値との間に大きなギャップが存在する。これはメーラ・プレスコットのパズルとよばれている。このパズルを解くために様々な考えが提示されている。たとえば釜（2021）は無限の計画期間をもつ消費者を仮定した場合について論じている。現実には年齢を含めて多様な人びとが資産取引を行っている。異質的世代重複モデルはこうした現実を反映したモデルである。本稿では安全資産収益率パズルとの関係は論じなかったが、これは今後に残された１つの課題である。

注

1) Storesletten 他 (2007) や Salyer (1988) も OLG モデルで資産価格について論じている。
2) 資産の供給量は１以外の適当な正の値でもかまわない。ただし供給量が多くなると資産価格は低くなる。
3) 詳しくは Achdou 他 (2017) や釜 (2018) を参照せよ。
4) 他の CRRA 効用関数では数値が変わるだけで定性的な結果は変わらない。
5) 表の数値は各世代のジニ係数の平均値である。

参考文献

釜国男 (2018)『コンピュテーショナル・エコノミクス』多賀出版。
――― (2021)『計算経済学』日本評論社。
Achdou, Yves, Jiequn Han, Jean-Michel Lasry, Pierre-Louis Lions, and Benjamin Moll. (2017) "Income and Wealth Distribution in Macroeconomics: A Continuous-Time Approach", *NBER Working Paper*, 23732.

Lucas, Robert. E. (1978) “Asset Prices in an Exchange Economy”, *Econometrica*, Vol.46, pp.1429-1445.
Mehra, R. and E. Prescott. (1985) “The Equity Premium:A Puzzle”, *Journal of Monetary Economics*, Vol.15, pp.145-162.
Salyer, K. D. (1988) “Overlapping Generations and Representative Agent Models of the Equity Premium: Implications from a Growing Economy”, *Canadian Journal of Economics*, Vol.21, pp.565-578.
Storesletten, K., C. Telmer, A. Yaron. (2007) “Asset pricing with idiosyncratic risk and overlapping generations”, *Review of Economic Dynamics*, Vol.10(4), pp.519-548.