創価大学教育学論集　第73号：鈴木　pp. 171～187

和算の「遺題継承」と算数・数学の「深い学び」*

鈴木　将史

1　はじめに

筆者は2018年４月から３年間の計画で、「江戸期の和算における教育課程の探究を通した算数・数学教育刷新の提案」とのテーマのもと科学研究費補助金を受けて研究を続けてきた。そもそもの発想は、「江戸時代には和算と呼ばれる数学が大変発達し、日本全国で算術教育を行う塾が盛んであったことはよく知られているが、そこではどのような教育課程に従って算術が指導されていたのであろうか？」という疑問であった。教育である以上、流派や地域によって異なるとはいえども何らかのカリキュラムがあり、ある種の指針に従って算術教育が行われていたに違いないであろうと考えたのである。その上で筆者は、日本の津々浦々、農村部に至るまで、多くの人々が楽しく数学を学んでいたという江戸時代の教育のあり方が、「数学離れ」を克服できない日本の数学教育において、新たな風を呼び起こすヒントになるのではないかとも考えた。

コロナ禍で移動が大幅に制限されたこともあり、全国の算術塾の調査が進んだとは言えなかったが、2019年に訪れた長野県で見聞した江戸時代の数学研究の様子や、それ以前に知った至誠賛化流と呼ばれる和算の流派の活動状況等から、江戸時代にはある種の「常識」として、数学が広く、しかも自発的・積極的に研鑽されていたことを知ることができた。

そのような研究の一環として、筆者は昨年発表した論考「和算流による算数･数学教育改革の試み」において、和算の醍醐味が算術塾における問題作りにあったこと、そして同様な作題活動を取り入れることが算数・数学教育を活性化させること、またそれが「創造的なアクティブラーニング活動」につながり、文部科学省の目指す「主体的･対話的で深い学び」にも通じることを主張した。ただ、そこで提案した作題は、あくまでも「学習を活性化させる方法・手段としての作題」であり、紹介した例も、既存の問題をつなぎ合わせる方法のみであった。

本稿ではその考えをさらに進め、もっとたくさんの「作題」を取り入れる方法について述べるとともに、和算のレベルを飛躍的に向上させた「遺題継承」と呼ばれる方

* 本研究はJSPS科研費 JP18K18671の助成を受けたものです。

式にならい、算数・数学をより「深い学び」へと導く方策について考察したい。

2　吉田光由の『塵劫記』と和算の「遺題継承」

江戸時代の和算は、実質的には吉田光由（1598～1672）が寛永４(1627)年に発刊した『塵劫記』に始まる。それ以前にも算術書と呼べる書物はあったが、『塵劫記』には米の売買や金銀の両替、さらには土地の面積や升の容積など、およそ庶民が必要とする実用的な算術が網羅されていた。さらに「まま子立て」「ねずみ算」「百五減算」など、数学的な深みのある面白い問題も紹介されていたこともあって、発刊されるやたちまち大ベストセラーとなった。江戸時代を通じて250年にもわたり、庶民にとってほぼ唯一の算術教科書として受け入れられ、『塵劫記』と言えば「算術」と同義の代名詞となったと言われる。

このあたりの詳細は鈴木(2017)に詳しく記述したので割愛するが、一家に一冊備え付けられるほどにもなると、世の常として海賊版や『○○塵劫記』という怪しげな本が何百と刊行され、それに対抗するため本家本元の吉田光由は、次々と『塵劫記』の改訂版を世に出すことになった。寛永４(1627)年の初版大型四巻本(のちに五巻)〔①〕の次には、寛永８(1631)年に五巻の内容をまとめた大型三巻本〔②〕を出版、さらに寛永11(1634)年の小型四巻本〔③〕、寛永18(1641)年の小型三巻本『新編塵劫記』〔④〕、そして現在底本となっている寛永20(1643)年の大型三巻本〔⑤〕と、次々と「オリジナル」を発刊し続けたのである。

そして吉田光由は、上記寛永18年出版の④において画期的なシステムを取り入れる。これまでの版がすべて「問題－解答」の繰り返しというスタイルで書かれていたのに対し、④の巻末には読者への挑戦として、答えのない12題の問題がつけられた。これを「遺題」と呼ぶが、佐藤(2009)によれば、吉田光由はこの遺題について「数学の力もないのに人に教えている数学教師がいる。これでは習うほうはあまりにもかわいそうである」と言い、「その問題を解けた人たちが教師になってほしい」とまで書いている。つまりこの本を使って算術を教える先生のためのテストというわけである。それ以上に遺題は、海賊版対策としても絶妙の作戦であった。他の書物が同じ問題を載せていれば、即座に「盗作」と分かる。また、それまでにどこかで解決されていれば、そもそも遺題にならない。かといってオリジナルな難問はそう簡単に作れるわけではない。海賊版の出没に頭を悩ませていた吉田光由が考え出した見事な対抗策であるが、この遺題という方式が、日本の数学に画期的な発展をもたらすことになるとは吉田光由も考えつかなかったことであろう。

『新編塵劫記』が発刊されてからほどなくして、遺題の答えを解説する本が出始める。以降元号は省略するが、1653年に榎並和澄の『参両録』、1657年に初坂重春の『円方四巻記』、1659年に山田正重の『改算記』、そして同じ1659年に礒村吉徳の『算

法闕疑抄』といった書物が、1641年版『新編塵劫記』の遺題への解答を載せている。そしてそれにとどまらず、これらの書には新たな「挑戦問題」をつけるのが習慣となっていく。『参両録』には８問、『円方四巻記』には５問、『改算記』には11問、そして『算法闕疑抄』には何と100問ものさらなる遺題がつけられた。さらに『算法闕疑抄』の遺題に答えるために1664年に発刊された野沢定長の『童介抄』には新たに100問、また1669年の佐藤正興による『算法根源抄』には新たに150問もの遺題が掲載され、その後もこのような流れが1819年まで170年余りも続いた。

このような出題－解答の連鎖を「遺題継承」と呼ぶが、当然のことながら後に出される問題はすでに解かれた問題よりも難しい高度な問題でなければならないため、この遺題継承を通じて問題のレベルは飛躍的に上がり、結果的に和算の発展を大きく進めることとなった。例えば平山(2007)には、『新編塵劫記』の遺題の例として、「直径100間の円を、２本の平行な弦により2900坪、2500坪、2500坪の３つの部分に分けよ」という問題が紹介されている。これならば優秀な高校生なら解ける問題である。そしてそれを継承して書かれた『算法闕疑抄』の遺題の１つとして、「直径180間の円形の屋敷に幅３間の道を平行に２本、そしてその２本の間を垂直に結ぶ幅３間の道を２本引いて、５つに分けられた部分をすべて同じ面積にする方法を答えよ」という問題が紹介されている。ここで図を描いたり解法を考えたりすることはしないが、問題のレベルが飛躍的に上がっているのは認識できるであろう。

和算の中でも最高の数学者と認められ、「算聖」とも称される関孝和（1640頃～1708）も、『算法闕疑抄』に答える書物として『闕疑抄答術』（年代不詳）を、また1671年に発刊された沢口一之の『古今算法記』の遺題15問に答えるために、1674年に『発微算法』を著した。西洋数学に先駆けて行列式やベルヌーイ数を発見したと言われる関孝和の数学も、このような遺題継承の中で磨かれていったのであろう。

このように『塵劫記』は、庶民に対しては日常欠くべからざる算術を提供したという面で、一方数学を専門とする者に対しては遺題継承というスタイルを確立したという面で、江戸時代の日本の数学の向上に計り知れない貢献をなした書であった。

３　算術塾の広がり～木島平村を例に

前節では『塵劫記』に始まる遺題継承に伴う、時間軸としての和算の発展を述べたが、本節では和算の空間的広がりについて考えてみたい。

和算の特徴として遺題継承とともに取り上げられるのが、「算額」の存在である。今ではかなり有名になったが、江戸時代の人々は算術塾（「道場」とも言われる）で数学研鑽をする中で数学の新作問題を考案し、塾内で出題し合ったのち、出来の良い問題を額にして神社等に奉納する習慣があった。素晴らしい問題の完成を喜んで神々に感謝するという意味合いもあったであろうが、それよりもむしろ研究成果を発表す

る場が少なかった時代に、自らの実力を世に誇示する意味合いが強かったと思われる。

注目したいのは、その800枚以上とも言われる算額の所在が、日本中至る所にわたっていることである。「はじめに」でも書いたように、江戸時代には農村地域を含め全国に算術塾が広がり、老若男女区別なく数学の修行に励んでいたと言われ、算額が全国に分布していることはその証左であるように感じられる。では、なぜ数学のような学問が全国に広がったのであろうか？

その答えのヒントを、筆者は2019年９月に訪れた長野県の木島平村で知ることができた。長野県下高井郡木島平村は、長野県の最北部、飯山市に隣接する人口4000人余りの村であるが、その小さな村に８枚もの算額が現存しており、「人口比で算額の最も多い自治体」と自称している。そのような背景から、第１回全国和算研究大会は木島平村で開催された。2010年に廃校となった南部小学校の跡地に「木島平村農村交流館」が作られ、その１階が歴史文化ゾーン「ふるさと資料館」になっている。付近にある根塚遺跡から出土した鉄剣などの展示物も見ごたえがあったが、何といってもその充実した和算コーナーには目を見張らされた。同村に現存するすべての算額のレプリカが展示され、村の和算の歴史を展望できただけでなく、その中心者である同村出身の和算家・野口湖龍（本名：保敞）（1740頃〜1814）関連の無数の和算資料を見ることができた。そこには江戸時代の和算書の大量の写本、関流の免許を示す巻物、その他当時の算術研究のレベルの高さを示す資料に満ちていた。

館長の樋口和雄氏と懇談し、江戸時代になぜこのような場所で数学が盛んに学ばれていたのか尋ねると、「江戸時代の名主たちは年貢米の細かい計算をしなければならなかった。幕府からの取り立ては厳しく、生産高も毎年変化する。そうした中で村民から不満が出ないように、様々な条件を勘案して年貢米を平等に取り立てることは、相当の数学力がなければできなかった」とのことであった。さらに、「そうした背景があって、有力者にとって算術は不可欠のたしなみであり、その中からさらに深く算術を学んだり、周囲に教育したりする者が出てきたのは自然なことであった」とも語られた。日本中に算術を熱心に学ぶ人たちが散在していた状況に、そのような文化的な背景があったことを知り、大いに納得させられた次第である。

さて、野口湖龍の事績をたどると、日本中に算術塾が広まった様子を知ることができる。野口湖龍の生まれは関孝和のほぼ百年後であり、関孝和に始まる和算の流派は、独自の免許制度を定めて関流と名乗り、当時隆盛を極めていた。その一方で関流は、数学の正統を守り伝えようと、免許制度を厳格に運用して高度な数学理論の奥義を門外不出としたため、その閉鎖性は他流派から批判されるようにもなっていた。

野口湖龍が和算を学び始めたのは30歳前後のことで、主に藤澤近行と小林松順という２人の師匠に算術を学んだ。現在の長野市在住であったこの２人は、ともに江戸で、当時関流でもっとも名高い数学者であった藤田貞資のもとで和算を学んだと言わ

れ、湖龍は藤田貞資の子・嘉言の教えも受けたようである。さらに湖龍には師匠の小林松順を通して算術の秘伝が伝えられたとの記録もあり、結果的に湖龍も関流の流れをくむ和算家であったと言える。このように、関流の正統奥義は秘密にされつつも、その数学は弟子の流れとして地方に及んでいたことがわかる。

そして北信濃における和算の第一人者となった野口湖龍のもとには、木島平村周辺から20名にも上る多くの門人が集まった。これらの弟子たちはまた、それぞれの住む地域の中心者となってさらに門人を持ち、和算を広めていった。江戸時代には恐らく日本全体でこのような和算普及の流れができていたに違いない。

４　遊歴算家～数学教育の始まり

江戸では関流を中心に高度な数学が日進月歩の発展を示し、その知恵の泉が全国を潤すように、日本中に和算研究・学習が広がった様子を前節で述べたが、そこには新しいタイプの和算家の貢献があったことも見逃してはならない。それは「遊歴算家」と呼ばれる和算家たちで、諸国を旅しながら、行く先々で算術を指導してまわった。

遊歴算家として有名な和算家に山口和（1781頃～1850頃）がいる。鳴海(2012)によれば、現在の新潟県の、庄屋にも匹敵する旧家に生まれた山口は、地元の関流の数学者の弟子になるやたちまち才能を発揮し、やがて江戸に出た。師匠の紹介で関流の最高峰である宗統だった日下誠の門を叩いたが、ここではさすがに歯が立たず、日下の高弟であった長谷川寛の門人となる。独自の高度な数学を秘伝としていた関流にあって、長谷川は奥義を隠しておくべきではないとの考えの持ち主で、門人の育成にも力を入れていたため、長谷川の塾は江戸で最大の数学塾であった。その中でのびのびと学んだ山口は、やがて長谷川の塾でも一二を争う実力の持ち主となった。中でも師の長谷川と同様、未熟な弟子とともに学んで、その成長を見届けることに大きな喜びを感じるようになっていった。教育への目覚めである。そんな山口も最高峰の数学者との間には実力の差を感じたようで、30代も半ばを過ぎる頃、自らの研究に見切りをつけ、諸国へ算術教授の旅に出ることを決意するようになった。

前節で木島平村を例として述べたように、その頃には日本全体に算術が広まっており、地方にも優れた数学者が点在していたが、彼らが江戸に出て最先端の数学に触れて腕を磨くという機会はなかなかなかった。そこで山口は、地方の数学者に触れて、自らが長谷川のもとで学んだようにのびのびと指導することにより、その才能を大きく伸ばすことができるのではないかと考えたのである。

1817年４月、山口は最初の旅に出て、今の千葉県、茨城県を20日余り歴訪し、数々の数学愛好家と出会うとともに、多くの算額を見出し筆写した。山口を迎えた人々の歓迎ぶりは大変なもので、一様に再訪を懇願されたばかりか、中には山口の弟子になった者もいたようである。続いて同年10月にふたたび旅に出た山口は、今度はさら

に足を延ばしておよそ１年をかけて東北地方まで遊歴している。道中では仙台近辺で多くの弟子を抱える数学者千葉胤秀（たねひで）と出会い、自らの弟子とするとともに、江戸での修行を勧めている。千葉は数学の才能においては山口に劣っていたが、その後長谷川寛の門下となり、関流の系図にはその名前が残っている。

山口和の遊歴はさらに続き、1820年７月に出発した３回目は、２年４か月をかけて東北地方の日本海側から北陸、京都を経て西へ向かい、四国、山口、そして長崎や熊本にまで足を延ばしている。その後も1828年まで計６回の遊歴旅を行っている。山口が最終的に諸国をめぐって門人にした者は214名に及ぶという。

山口ほど全国を巡ったわけではなくても、各地方にはその中を遊歴して指導に回ったという数学者が多く存在していた。山口(2018)には、北武蔵(現在の埼玉県北西部)だけでも剣持章行（けんもちあきゆき）や市川行英（こうえい）などが遊歴し、各地に門人をもち数学を広めていたと述べられている。

情報伝達手段が非常に貧弱であった江戸時代において、自らの数学研究よりも後進への教育に情熱を傾けた遊歴算家が多く存在したことも、和算の全体的発展に大変大きく寄与したと言えよう。いつの時代でも、研究と教育の両輪が学問発展の原動力になってきたことを感じる。

さて、ここまで江戸時代の和算の発展ぶりについて時間的・空間的な側面から述べてきたが、まとめれば次のようになるであろう。

- 『塵劫記』の出現により、一般庶民に必要な算術が日本全国に行きわたる
- 『新編塵劫記』に始まる遺題継承により和算のレベルが飛躍的に向上する
- 関孝和により高度な技法が整えられ、関流などの流派が生まれる
- 関流等の弟子たちが数学を地方に伝え、全国に数学愛好家が生まれる
- 遊歴算家が全国を回り、新しい知識を全国に伝えてまわる
- 数学学習の成果が日本中に算額として遺される

和算を山にたとえれば、まず『塵劫記』によってその裾野が大きく広がり、遺題継承により今度はその高さがどんどん高くなる。そして師匠から弟子への指導によって川の水のように裾野へと数学が伝えられ、遊歴算家の存在により山全体の水流がつねに新鮮に保たれるといった形で、和算全体が活性化されていたことがわかる。

５　「遺題継承」と「深い学び」

こうして見ると、和算の発展において、「遺題継承」の果たした役割が非常に大きかったことがわかる。『塵劫記』がいかに素晴らしい書物であったとしても、ただ問題と解答に終始し、読者は問題の解き方を覚えるだけというスタイルにとどまったとすれば、それは単なる学習書で終わっていたことであろう。実は平山(2007)によれば、それ以前にも海外から輸入する形で数学はたびたび日本にもたらされていたが、

ごく一部の数学的能力を必要とする役人以外には、庶民にまで数学が広まることはなかったとのことである。ましてや西洋をも凌駕するようなオリジナルな数学理論の開発などは、夢のまた夢であった。

和算の発展には、もちろん関孝和や建部賢弘のような天才・秀才の出現による部分も大きいが、2節で述べたように、有名な関孝和の『発微算法』も、遺題継承の中で著された書物である。遺題継承は数学者同士の「出題解答合戦」であり、少しでもオリジナルな問題を創作しようとする努力が、やがて独創的な新しい技法や理論の発見につながったのである。

それればかりでなく、和算家の間では「論争」も盛んであった。有名なのは関流と最上流との激しい論争である。「最上流」とは、閉鎖的とも言われた関流に対して果敢に挑んだ会田安明が創始した流派である。この論争はやや泥仕合を呈したものであったが、それ以外にも誰かが自らの数学的成果として掲げた算額に対して、その隣に別の誰かが「もっと簡単に解ける」と記した別の算額を掲げ、さらにその隣に両方を評論する算額が掲げられるといった、時を超えた「間接的論争」もあったという。算術塾においても、つねに問題の創作と解答の応酬が行われていた。「論争」というと何やら殺伐とした印象を与えるかもしれないが、何か新しいことを発見して他の人に伝えようとするとき、まずはその内容が正しいのかどうか検討しなければならない。またその発見が持つ意味についても主張しなければならない。すでに知られている問題に対しては、習得のための練習はあっても、論争は絶対に起きない。したがって、「論争がある」ということ自体、新しいことを考えている独創性の証拠である。

文部科学省が2017年に告示した新しい学習指導要領は、小学校ではすでに2020年度から施行されており、中学校でも2021年度から実施の予定となっている。新学習指導要領では「主体的・対話的で深い学び」という用語で、いわゆるアクティブラーニングが重視されている。従来の「何を学ぶか」を基準とした、既知の事項の練習や記憶を重視する教育では、今後絶え間なく変化する世界で生じてくる未知の問題には対応できないという観点から、「どのように学ぶか」「何ができるようになるか」を重視するコンピテンシー・ベースの教育への転換を目指している。今まで出会ったことのない新しい問題に対し、その解決を目指して自ら主体的に取り組み、問題に即した情報を収集して柔軟な思考を働かせるとともに、他者との対話・協働を通して解決していくことのできる児童生徒を育成しようというのが、その目的である。

算数や数学も例外ではなく、全国の小中学校の教育現場では、新しい学習指導要領に合わせて、対話や意見共有を中心とするアクティブな授業が展開されている。これまでは正しい式で正しい計算をすれば、正解が得られて「よくできました」だったのが、現在の算数・数学の教室では、「なぜこの考えで解いたのか」「その考えからこの式はどう説明できるのか」について自らの考えを述べ、さらに他者の意見を聞いて共有するといった活動が重んじられている。単に正しい式を運用できるだけでは、形式

的に解法を覚えているだけで、数学的概念を真に理解したかどうかわからないからである。確かにこれまでは、「こういう問題はこう解く」といったパターン学習でも通用する場合が多く、結果として、問題は解けるが数学は嫌いな児童や、計算問題は解けるが問題の意味を問われたり説明を求められたりすると途端にできなくなる生徒が多く見られた。PISAやTIMSSなどの国際学力調査でも、日本の児童生徒のそうした傾向が指摘されている。このような現状を克服し、より本質的な理解を促すために、アクティブな学習は不可欠である。

しかしそこで目指している「深い学び」とは何であろうか？上のような観点に立てば、「深い学び」とは、与えられた学習内容に取り組むだけでなく、新しい問題を作り出したり、新しい解法を発見したりしようとする独創的な学びでなければならないはずである。そうであってこそ、予想もできないような新しい問題に立ち向かえるのである。ところが、現在の小中学校で対話的な授業が盛んに展開されているのは有益であるものの、ほとんどの場合、そこで取り組まれるのは、教科書に書かれている問題か、そうでなくても教師が用意した問題である。当然ながら答えも存在しており、教師は解答を知っている。のみならず、特に小学校算数の教科書の問題は、その大半が１つの式で解くことのできる「単段階問題」であり、解決に当たってたどるプロセスが単純である。

答えのある単純な問題を扱っていて、たとえ対話的な授業を行ったとしても、「深い学び」が実現できると言えるであろうか？与えられた問題を解くだけでは、『塵劫記』の初版のように、既存の問題をよりよく理解できるようにはなっても、新たな問題に立ち向かう「深い学び」の原動力としては不足であると言わざるを得ない。「深い学び」の実現には、独創的な「新たな切り口」が開かれなければならないと思うのである。

筆者は、そのために最も効果的なのが、「自ら問題を作る活動」、すなわち「作題」であると考えている。江戸時代の和算を発展させた原動力は、遺題継承による作題・解答の応酬であり、また全国に分布する算額もまた、数学塾における作題・解答の応酬の結果であった。最初は与えられた問題に取り組んでもよいが、やがて自ら新しい問題を考え「遺題継承」していく、そういう学習から独創性が育まれることを、何よりも江戸の和算家たちが証明している。昨年の論文鈴木(2020)でもその点を指摘して作題を取り入れた算数・数学教育を提案したが、本稿ではこのあと、これからの算数・数学教育における「深い学び」の実現へ向けて、遺題継承の精神を取り入れた授業のあり方について考えていきたい。

６　作題を取り入れた算数・数学カリキュラムの試み

和算の遺題継承の精神を受け継ぎ、作題を取り入れた創造的な算数・数学の授業が「深い学び」に必要だとは言っても、実際には和算の遺題継承の主役たちは一握りの

優れた数学者たちであり、教室の児童生徒全員に独創的な問題作りを期待するのは当然ながら不可能である。また、物事にはステップがあり、簡単な問題作りから始めてやがて独創的な領域にまで進むことを期待する方が現実的である。そこでこの節では、実際の教室で可能と思われる「作題の取り入れ方」について、現実的な考察を行いたい。以下に作題のための方法をいくつか紹介しよう。小学校高学年の内容を例にして述べるが、低学年や中学校でも、学校や教室のレベルに応じて取り組むことは可能であると思う。

《作題方法①：数値の入れ替え》

まず作題の第一段階は、「既習の問題の作り替え」である。中でも最も簡単に取り組めるのは、問題の数値を変えることであろう。以下の例は6年生の「比」の単元にある問題である。

【例題１】ミルクティーを1200mL作ろうと思います。牛乳と紅茶を３：５の割合で混ぜるとき、牛乳は何mL必要ですか。

ここには「1200mL」と「３：５」という２種類の数値が出てくる。この片方、あるいは両方を変化させれば新しい問題となる。つまらないと思うかもしれないが、このような単純な問題でも、数値の選び方を間違えて「1000mLと３:４」などとすると、割り切れずにきれいな答えにならない。1050mLならばきれいに割り切れる。自ら作題して解いてみることによって、単に与えられた問題を解くのとは異なる「深い思考」へと導かれるのである。

【作題例１】ミルクティーを1050mL作ろうと思います。牛乳と紅茶を３：４の割合で混ぜるとき、牛乳は何mL必要ですか。

また、このような問題は日常生活に密着しているため、「どの割合がおいしいか」といった別の問題にも発展させられて面白いと思う。

《作題方法②：題材の入れ替え》

第二段階は、同じように既習問題を作り替えるのだが、今度は題材を変えて問題の設定自体を変える方法である。以下の例は５年生の「単位量当たりの値」の単元にある問題である。

【例題２】台風が時速25kmで進んでいます。この台風が沖縄県の石垣島から那覇市までの400kmを進むのにかかる時間を求めましょう。

速さに関する問題であるが、身近な題材で言えば、自動車や電車が思いつく。そこで高速道路を時速80kmで走る自動車を考え、東京から大阪までノンストップで走っる問題を考えてみる。

【作題例２】自動車が高速道路を時速80kmで進んでいます。この自動車が高速道路の上を東京から大阪まで走るのにかかる時間を求めましょう。

この問題では東京から大阪までの距離を書かないのが一つの味付けになっている。もちろん児童が作題する場合には、誰かに距離を聞くことになるだろう。しかしそんなとき教師が「自分で調べてごらん」と言えば、日本地図上で測って縮尺を掛けるとか、ネットで高速道路の距離を調べるとか、また別の学習が生まれるであろう。最近では新東名高速道路や伊勢湾岸道といった道路が整備された結果、以前よりもかなり距離が短くなり、東京ICから豊中ICまでで466kmほどである。６時間より短いことはすぐにわかるが、例題と異なり時速80kmで割っても整数にはならないので、端数が出てしまう。そうするとその端数は何分何秒なのかという別の問題も出てくる（５時間49分30秒が正解）。

教科書の問題のほとんどは、答えが複雑にならないようにきれいに作られているが、現実の問題ではそうはならない。『塵劫記』には、そろばんの使用も想定して、恐ろしく複雑な数値を扱う問題が登場する。それは、庶民が実際に日常生活で扱う数値はそんなにきれいな数ばかりではないからである。現実の問題から題材をとって作題を行うことにより、このようないろいろな問題が派生してくるのも「深い学び」につながると思われる。

《作題方法③：同一単元の複数問題の組み合わせによる多段階化》

これは、すでにある問題を組み合わせることによって、さらに複雑な問題をつくるという考え方である。これについては鈴木(2020)で、５年生の「割合」の単元に基づいてかなり詳しく述べたので、ここでは別の単元から例を述べよう。

上記【例題２】は速さと距離から時間を求める問題であるが、速さに関する問題には、次のように、速さを求める問題や距離を求める問題がある。

【例題３】チーターが10秒間に310m走りました。このチーターの走る速さは秒速何mですか。また、分速と時速も求めましょう。

【例題４】分速800mで飛ぶカモメは、５分間で何m進みますか。

【例題２】の時間と【例題３】の速さを組み合わせると、次のような問題を作ることができる。

【作題例３】チーターが10秒間に310m走りました。時速25kmで進む台風が沖縄県の石垣島から那覇市までの400kmを進む間に、このチーターはどれだけ進みますか。

もちろんチーターが16時間も走り続けることは不可能であるから、この問題は現実には成立しない。しかしこれを実際に解こうとすると、秒速から時速を求めてさらに16倍しなければならず、それなりの計算になる。また組み合わせ方は上記の通りだけではなく、チーターが400km進むのにかかる時間とか、台風が10秒間に進む距離とか、いろいろな組み合わせが可能である。

一方、【例題３】の速さと【例題４】の距離を組み合わせると、次のような問題を作ることができる。

【作題例４】チーターが10秒間に310m走りました。分速800mで飛ぶカモメが５分間で進む距離を、このチーターが進むにはどれだけの時間がかかりますか。

この問題を解くには、チーターの速さを秒速31mと求め、カモメが飛ぶ距離を4000mと求めてから、4000÷31＝129.03…と計算し、約２分９秒のように答えるのが普通であろう。しかし別の考え方として、4000mが310mの何倍か求めて、10秒にそれを掛けるといったやり方でも求められる。少し複雑な問題を作れば、その解法についても様々な議論ができるようになるのである。

《作題方法④：異なる単元の複数問題の組み合わせによる多段階化》

考え方をより進めて、今度は異なる単元の問題を結び付けることを考えてみたい。次の２つの例題は、５年生の「単位量当たりの大きさ」と６年生の「角柱と円柱の体積」の問題である。

【例題５】1.5Lの砂の重さをはかったら、2.5kgありました。この砂１Lの重さは何kgですか。

【例題６】底面の直径が10cm、高さが６cmの円柱の体積を求めよ。

やや安直な例ではあるが、これらを組み合わせると次のような問題ができる。

【作題例５】1.5Lの砂の重さをはかったら、2.5kgありました。この砂を底面の直径が10cm、高さが６cmの円柱の容器に入れると、その重さは何gですか。ただし容器の重さはないものとします。

ただ、どんな単元でも組み合わせられるわけではないため、これはこれまでよりもさらに高度な思考となる。

さてここからは、中学校の数学から題材を選んでみよう。中学校の数学は、小学校の算数に比べてより抽象化・一般化される。

《作題方法⑤：問題の条件変更による作題》

次の例題は、中学２年生の「図形の証明」の単元の問題である。

【例題７】四角形ABCDにおいて、対辺ABとCDが平行で、かつAB＝CDならば、ABCDは平行四辺形であることを証明せよ。

平行四辺形には「対辺が平行」「対辺の長さが等しい」「対角が等しい」といった性質がある。（さらに「対角線が中点で交わる」などいくつかの性質もある。）これらの性質が２組の対辺や対角について両方とも成り立てば、四角形ABCDは平行四辺形であることが証明されるが、当然ながら１組だけでは平行四辺形とは言えない。しかし、これらを１組ずつ組み合わせれば、上の例題のように平行四辺形であることを示すことができる場合がある。その組み合わせを変えれば次のような例題を作ることができる。

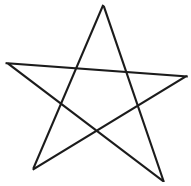
【作題例６】四角形ABCDにおいて、対辺ABとCDが平行で、かつ∠A＝∠Cならば、ABCDは平行四辺形であることを証明せよ。

【作題例７】四角形ABCDにおいて、対辺AB＝CDで、かつ∠A＝∠Cならば、ABCDは平行四辺形であることを証明せよ。

なお、上の２つの問題のうち、片方は誤りである（証明できない）。どちらかわかるであろうか？このように新たな問題を作った場合、その問題が間違いであったり、解けない問題であったりすることがある。しかし答えがわからない問題であるからこそ、それを解こうと努力することになり、また解けないことを示すためにもいろいろな本質的思考が必要となる。これもまた「深い学び」と言えるだろう。

《作題方法⑥：問題の一般化を目指す作題》

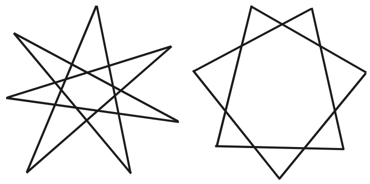
【例題８】星形五角形の内角の和を求めよ。



「星形五角形」とは右の図のような図形であり、その「内角」とは外側のとがった角のことである。この問題は、三角形や四角形、平行線の性質などを使って、実に多くの方法で解くことができる問題である。

しかし星形多角形は五角形だけではないので、次のような問題を作ることができる。

【作題例８】星形七角形の内角の和を求めよ。



五角形を七角形にすると新しい問題になる。しかし右図のように、星形七角形には角のとがったものと開いたものの２種類が考えられ、それぞれの内角の和を求める方法も多岐にわたり、星形五角形よりさらに深い問題になる。

このような問題に熟達してくると、さらに一般的な星形n角形の内角の和を考えることもできる。こうなるとひとつの「理論」といってもいいであろう。

《作題方法⑦：他教科からの作題》

作題のヒントは算数や数学の中だけにあるわけではない。

古代エジプトのアレクサンドリア図書館の館長であったエラトステネス（275B.C.～194B.C.）は、人類で最初に地球の大きさを測定したことで知られている。アレクサンドリアとその真南に位置するシエネという町の緯度の差を、太陽の高度を比べることによって7.2°と測定し（図書館の書物からその情報を得たとも言われる）、２つの町の間の距離を50倍することで地球一周の長さを求めたのである。得られた数値は多分に目安のようなものであったが、現在の単位で46,250kmと言われ、地球全周の実際の長さである40,000kmと比べても、それほど違いがない。なお、地球全周の長さが40,000kmというのは、測定した結果40,000kmと分かったのではなく、一周が40,000kmになるように１ｍという長さを決めたというのが真相である。

このようなエピソードは、どこか遠くの話ではない。このエピソードから次のような問題を作ることができる。

【作題例９】地図帳からちょうど南北の位置関係にある２つの地点を選び、その間の距離を、地図の縮尺を利用して求めよ。続いて２地点間の緯度の差を求め、それらの数値を利用して地球一周の長さを求めよ。

日本地図を見ると、たとえば茨城県水戸市と福島県福島市はほとんど南北の位置関係にある。手元にある帝国書院刊の2012年の地図帳で測定すると、水戸と福島の間の長さは15.4cmで、縮尺は100万分の１であるから、この２地点間の直線距離は154kmということになる。やや粗っぽいが、定規ではこれ以上細かく測定することができない。さて、緯度の差については、これも地図上で求めることができるが、情報を調べることもできよう。水戸市の緯度は36.37°、福島市の緯度は37.76°である。（実際には36度21分57秒や37度45分39秒と表示される。）したがって緯度の差は1.39°となる。これらの情報から地球一周の長さを求めると、

$$154 \times \frac{360}{1.39} = 39{,}884.89 \text{ km}$$

と求まる。この値は真の値である40,000kmよりもわずか0.3%短いだけである。地図帳だけからこのように算数の問題を作ることができ、しかも地理や歴史にも触れることができる。まさにカリキュラム・マネジメントと言えよう。

ここに挙げたさまざまなアイデアは、江戸時代の和算家の遺題継承からみればまだまだ物足りないものであろう。しかしこのように見ただけでも、工夫次第で新しい問題はいくらでも作れるし、そのことによる「深い学び」の効果は計り知れないように感じる。また、本来の遺題継承の精神に立ち返れば、１年間かけて教科書をすべて学び終わったあと１週間ほど時間を取って、１年間学んだ教科書を参考に、各児童生徒にそれぞれの実力に応じて自由に問題を作らせるとよいかもしれない。

７　ICTと「個に合わせた教育」

文部科学省では2020年度、新型コロナ感染拡大の影響もあって、GIGAスクール構想を前倒しして実施し、すべての学校、すべての児童生徒にタブレット端末を供与することを決めた。教員にもICT活用能力が強く求められてきており、デジタル教科書についても、その利用率を全体の50%以下とする従来の決まりを撤廃しようという意見も出ている。ICTを取り入れることのメリットは様々指摘されているが、算数・数学で言えば、図形を動かすことができるといったテクニカルな面以外に、「個に合わせた教育」の大きな可能性がある。

算数・数学の一斉授業でよく目にする光景として、「できる子に支配されている教室」がある。教師が発問し、何人かが発言しても、最終的には一部のできる児童の発言が幅を利かせてしまい、苦手な子は手を上げることができない。最近よく行われるグループ学習やペア学習になれば、苦手な子も発言できるので、かなり授業への参加度も高くなるが、クラスを分割して同時並行的に行われるグループ学習では、教師がすべてのグループの発言をチェックすることは不可能であるため、発言力の弱い子の言葉は埋もれてしまいがちである。またグループ学習やペア学習では正確な判定者が

近くにいないことが多く、結果的に曖昧な理解のまま時間が過ぎてしまうこともある。

その点、ICTが普及して各自がタブレットを持つようになれば、自信のない児童生徒でもとりあえず自分の考えを自由に記入することができる。みんなの前で恥をかく可能性がないからである。また教師の側からみても、授業の時には見られなくても、あとで全員の考えをチェックすることが可能になる。場合によっては普段発言しない児童の記述の中に素晴らしいアイデアを発見し、次の時間に教室で生かすことができるかもしれない。さらにAIが発達すれば、各児童生徒の能力に合わせて取り組める問題を次々と提示することにより、究極の個別指導が可能になるとも言われている。このようにICTは、一斉授業の欠点を補い、効果的な個別対応を可能にする武器でもある。

2019年３月に三重県の四日市大学を訪れ、数学史や和算の研究で名高い小川束（つかね）教授と懇談した際、和算の流儀を数学教育に取り入れるという筆者のアイデアをお話ししたところ、「和算の塾では、一人一人が自分の能力に合わせて、それぞれのペースで好きな内容を学んでいた。今は教育課程で縛っているため、どうしてもついてこられない児童生徒が生じてしまう。当然ながら数学を嫌いになってしまう。学校教育に和算の塾のような考えを取り入れるのは大賛成である」と語ってくださった。このようなお話しからも、和算が個別指導を基本とし、学習者の興味に寄り添って指導が行われていたことがわかる。

そして筆者が主張する「作題活動」は、このような個別学習環境で最も効果的に展開できるものである。まだ経験が浅いうちは、自分が作った問題に自信が持てず、皆の前で発表することができない場合がある。しかしタブレット画面に自由に記述できるのであれば、気楽に作題して記録することができる。それを教師が集めて一つずつ評価をする。中に取り上げるべき問題があれば、それを抽出して次回授業時に全員に紹介することもできる。児童生徒は家でも取り組めるので、いつでも何か思いついたら問題を記録しておける。このようなことを毎日積み重ねれば、やがて自信もつき、面白い問題も生まれてくるものと思う。

このように、江戸時代の和算の精神と現代のテクノロジーが融合するとき、個に合わせた丁寧な学習指導により、明日の時代を切り開く「深い学び」が実現されるのではないだろうか。

参考文献

1　佐藤健一監修（2009），『和算の事典』，朝倉書店.
2　鈴木将史編（2018），『小学校算数科教育法』，建帛社.
3　鈴木将史（2017），吉田光由『塵劫記』に見る算数教育の伝統と未来，創価大学

教育学論集第68号，pp. 153-168.
4　鈴木将史（2020），和算流による算数･数学教育改革の試み，創価大学教育学論集第72号，pp. 71-88.
5　帝国書院編集部編（2012），『新詳高等地図』，帝国書院.
6　長野県和算研究会（2005），『木島平村の和算』，木島平村教育委員会.
7　鳴海風（2012），『江戸の天才数学者―世界を驚かせた和算家たち』，新潮選書，新潮社.
8　平山諦（2007），『和算の歴史』，ちくま学芸文庫，筑摩書房.
9　藤井斉亮他（2020），『新しい算数５年上下・６年』，東京書籍
10　文部科学省（2019），『小学校学習指導要領解説算数編』，日本文教出版.
11　山口正義（2018），『北武蔵の和算家―埼玉北西部の算者たちの事績』，まつやま書房.
12　吉田光由（1977），大矢真一校注『塵劫記』，岩波文庫，岩波書店.

The Succession of Problems in Wasan and Deep Learning in Mathematics

Masashi SUZUKI

In the Edo period, Wasan, Japanese mathematics, was greatly developed. As a major driving force, there was a tradition of “succession of problems.” The best-selling “Jinkoki” put some unanswered problems as a challenge to the readers. Then mathematicians who challenged and solved the problems wrote books to illustrate their solution and then put some new problems at the end of their books, and so forth. Wasan made a great progress in this succession. Also, at mathematics schools nationwide, many people improved their math skills in creating and solving problems themselves, and the results remain as sangaku scattering all over Japan.

Even in mathematics education in modern elementary and junior high schools, if each student can enjoy “problem-making” activity according to his/her individual ability, the classes will be rejuvenated and “deep learning” will be realized. For this purpose, several tecniques of “problem-making” are presented in this article.

Furthermore, by incorporating rapidly developing ICT, the spirit of Wasan can be realized through personalized education, and an environment where it is easy to tackle “problem-making” will be created.