ISSN 0388-3027

創価経済論集

季　刊

THE SOKA ECONOMIC STUDIES: VOL. L NO. 1･2･3･4／MARCH 2021

論　文

創価大学経済学会

The Soka Economic Association, affiliated to the Department of Economics, Soka University, was established in 1971. The purpose of the Association is to support and encourage research and education in Economics, Economic History, Economic Policy, Statistics, and closely related problems. The Soka Economic Studies has been published quarterly by the Association with papers mainly contributed by the faculty members of the Department. All communications relating to subscriptions and memberships should be addressed to :

The Soka Economic Association, Soka University

1-236 Tangi-machi, Hachioji, Tokyo 192-8577

アクティブ・ラーニングに至る教育改善

長谷部　秀孝*

1. はじめに

我々が大学で勉強した時代の講義はひどいものであった。何年も使っているような古いノートをただ読み上げるような講義、学生のほうを一度も見ずにただ喋りまくる講義、黒板に書きまくるような講義が横行していた。講義に不満は持っていたが、筆者は休まずに出席していた。まさか大学で教えることになるとはその当時は考えていなかったが、どんな講義であれ熱心に受けることで得るものがあったと思う。当時はそれでよかったのかもしれないが、現在では通用しない。新しい考え方のもとに講義を作っていかなければならない。

そのような経験から、創価大学で教えることになると教育改善に興味を持つようになった。しかし、教員になりたての若手がしていることに興味を示すベテラン教員はおらず、逆にそのようなことをしてもだめだと諫められた。そのような状況にも懲りずに39年間教育改善を続けてきたが、それをここで書き留めておきたいと思う。

筆者は幸いにも学外のシンポジウム[1]にたびたび参加する機会を得ている。また、学内で行われた研修会にはほとんど参加している。独自に開発するようなことはできないので、研修会に参加することはお勧めである。そのままで使うことはできないが、改善のヒントを得ることができる。創価大学の実情に合わせて、カスタマイズさせればよいのである。これからの内容はそのような視点で作り上げたアイディアが中心となっている。

2. シラバス

すでに現在では、シラバスの有効性は周知されているところである。それどころか、誰もが必ず配布しなければならないものと考えられている。しかし、筆者が教職に就いたころはそうではなかった。１年間の授業の内容を知らせるなどは誰も考えていなかった。実態は、その場限りの授業で、年間の授業の情報は、簡単な内容説明だけであった。筆者はそれに対して疑問を持っていたが、それ以上の行動をすることはなかった。

筆者は、1986年の４月から長期在外研究のため、イギリスの London School of Economic and

＊ 創価大学名誉教授

1　３月初めに開催されている、コンソーシアム京都の「FD フォーラム」は役に立つ内容を提供してくれる。毎年出席する価値があると考える。また、現在では終了しているが、京都大学の溝上教授と東京大学の中原教授が主催していた「大学生研究フォーラム」も役に立った。

Political Science (LSE) に滞在することになった。そこで見たものがシラバスであった。どの授業も最初の時間に、少なくても A4 の用紙に２枚程度のシラバスが配られた。それには、授業の全体の計画と、参考文献が書かれていた。LSE の授業は、15回前後で終わるものが多く、２枚程度のシラバスで、授業を選択するのには充分であった。学生はシラバスをもとに授業を選択していた。現在、創価大学で用いられている Web 上でのシラバスに比べると簡単であったが、学生に授業の情報を前もって伝えるという考えはその当時はなかったので、画期的に思えた。

1987年の３月に帰国すると、次の学期[2]から LSE と同じぐらいの簡単なシラバスを配ることにした。簡単であっても 30回の計画なので、非常に大変であった。また、計画を伝えてしまった後はそれを守らなければならないので、それも大変であった。余計な話をしたのでその回の途中で終わってしまい、残りは次回というわけにはいかない。計画的に授業を進めていく責任がある。

次の段階として、予習復習のために役立ててもらうことがあった。『財政学』については、簡単な授業内容を書くとともに、そのトピックに合致する参考文献を盛り込んだ。毎回読むことは無理であろうが、二冊でも三冊でも読んでほしいと考えて、簡単に読める新書を中心に選ぶことにした。今の大学生は本を読まないということが言われているが、初期の段階では授業終了時に新書の内容を聞きに来る学生も結構存在した。このようにいろいろな情報を盛り込んだために、最後には A4 の用紙８枚になっている。

シラバスのメリットとしては、教員にとっても、1) 年間計画を作るようになること、2) 計画的に授業を進めるようになること、などが考えられる。学生にとっては、1) 授業の全体像をつかめること、2) 予習がしやすくなること、などがある。デメリットとしては、1) シラバスに拘束されて内容に柔軟性がなくなること、2) 学生がシラバスにこだわりすぎること、などがある。

シラバスについてはどの大学でも必須事項になっているのでこれ以上書く必要はないであろう。

3. 教材

教材については、授業内容に合ったものが必要であろう。これについても LSE で学ぶことは多かった。授業では必ずハンドアウトが配られていた。また、事前に読むようにかなりの教材を配る教員もいた[3]。テキストは指示されているのだが、これだけに頼らない姿勢が見えた。

在外研究に行く前に学内でも良い経験をした。一般教養の『経済学』において授業担当者全員で検討して、授業で使う教材を自分たちで作ったのである。特に、同じ科目を複数の教員で担当[4]するときに重要な点である。この経験がのちに生きてくる。最初は、事前に印刷して前の週に配っていたが、手間がかかるので原稿を小冊子にまとめて事前に簡単なテキストとして安く販売することにした。そのテキストは今も手元にあり、時々参考にしている。自分たちで作ったも

2 当時はセメスター制をとっていなかったので、週１回で 30週講義することになっていた。
3 教材配布の場所があり、授業の前にそこから取って読んでおく。
4 その当時、教養の『経済学』は１年生の必修の教養科目であった。そこで、360人の１年生を 60人ずつ６クラスに分けてそれぞれにクラス担任を置き、担任が教養の『経済学』を講義することになった。理論経済学を専門とする教員と関連科目である筆者がそれに充てられた。

のであるので、非常に使いやすくなっている。
その経験を生かしたのが、初級のマクロ経済学の授業である『ミクロ経済学A』であった。この科目は１年生が最初に習う科目で、先の教養の『経済学』と同じ位置づけであった。初級の科目、特に入学したばかりの学生に対しては丁寧に教える必要がある。そこで、50～60人ずつ６クラスに分けて、同じシラバス、同じテキスト、同じ試験で授業を行った。その際に採用したのがMankiwの『マンキュー経済学１ ミクロ編』であった。これは自分たちで作った前述のテキストと同じような考え方で作られていた。たくさんの大学教員が実際に使用して、その意見を吸い上げて作り上げていったテキストである。初級のテキストとして内容が吟味されており、難しいことは入っていない。具体的な数字や図を使って説明がなされており、親しみやすい内容となっている。テキストは予習復習に使ってもらわなければならないが、そのためには、読みやすく興味をもってくれるようなものでなければならない。どんどん自発的にテキストを使ってくれれば、授業もやりやすくなる。このテキストが優れている点は、学生が経済学に興味を持つような内容になっていることである。特に、入学間もない１年生に対してはそのようにしなければならない。ミクロ経済学にはきっちりとした論理形式ができており、初心者にはとっつきにくいところがある[5]。それが経済学を嫌いになる原因になっては困るのである。

高校までほとんど勉強したことのないミクロ経済学を、形式的に教えられても興味が持てないであろう。講義の内容の工夫も必要であるが、教材についても工夫をする必要がある。このテキストは、身近なトピックを取り上げるとともに、難しいことはより上級の科目に任せて基本的に必要な内容だけを取り入れている[6]。

『財政学』などの他の科目ではテキストを使わなかったので、教材づくりには工夫をした。Mankiwにならって、興味が持てる、簡単にわかる教材を心掛けた。第一に、文字を並べるだけでは読んでくれないので、なるべく表や図を使って分かりやすくまとめた。第二に、その日の授業が目指しているポイントが明確であるようにした。第三に、数字などは、なるべく新しいものした。第四に、新聞などで報道される情報は、別刷りにしてなるべく早く学生の手に渡るようにした。

4. アクティブ・ラーニング(1) ─ディスカッション

最近ではアクティブ・ラーニングが当たり前のように言われているが、これは非常に難しいと思われる。最初に、扱いやすい少人数クラスであるゼミから始めた。これは３段階に分けてディスカッションがうまくいくように工夫した。

第１段階：まず、テーマ設定である。ゼミ生を４～５人のグループを作り、グループごとに話し合ってテーマを設定させる。他のゼミ生とも内容を共有しなければならないので、その基本と

5　学生に聞くと、これまではこの初級のミクロ経済学でつまずいて、経済学が嫌いになったという声がかなり多かった。
6　上級科目である『ミクロ経済学中級』は必修ではないが、ほとんどの学生が履修している。

なる課題図書[7]を決めることにした。決まった図書をゼミ生全員に購入させて、その内容を共通知識とする。必ず全員がきちんと読んでくる。これが守られることと学生の負担の意味合いから、新書を用いるのがよいであろう。新書なので必ずしも十分な知識と情報が得られるわけではない。レポーターはその不足分を他の専門書[8]で補って、プレゼンテーションでは十分な情報を提供することになる[9]。

第２段階：レポーターのプレゼンテーションをもとに次の週にディスカッションをすることになる。ゼミ生全員では多すぎるので、２つぐらいに分けて時間を決めてディスカッションをする。各々のグループでまとめた結論を発表させて、グループ間でもう一度ディスカッションを行い、全体としての議論を深めていく。

第３段階：前の週のディスカッションをもとにして、テーマを決めて次の週にディベートを行うことになる。テーマ[10]に関する予備知識は十分とはいえないまでもかなり身についているので、ディベートで論理を深めていくことは意義のあることである。また、即興で反駁の内容を考えなければならないので、かなり討議能力がついてくる。思いがけない論点を持ち出されても、何とか論理的に切り抜ける力がついてくる。

このようにして、学生に論理的に考える力をつけさせることが必要である。テーマ設定の際の工夫は、学生が興味を持つテーマにすることである。そうしないと真剣にディスカッションに参加しないし、ディベートも空回りする。意味のあるテーマにするためにも、教員がテーマ設定の際にかなり積極的に介入する必要があろう。グループ・ディスカッションの際にはグループ分けするので教員の目が届かない。上級生をアシスタントにするのも１つの方法である。ディベートでは、参加している学生もなかなか全体をつかめないので、終わった後の講評が重要である。そのために、ビデオ撮影をして後で見返すようにするのも勉強になる。DVD にして自分たちで復習させるようにしたが、自分がどのような発言をしたのかが分かりよい復習となる。

メリットは、1) 論理的思考力がつくこと、2) 討議力がつくこと、3) 創造力がつくこと、などである。また、デメリットとしては、1) 型にはまった考えをすること、2) レポーターの主張に頼りがちになることなどがある。教員がアドバイスをするのであるが、テーマの選択を誤ると悲惨な結果になることもある。

7　当時は、テーマが年間９～10出てきたので、その数だけ新書を読むことになった。買わないで借りるようにしてはという声もあったが全員買うようにした。大学生であるので、本を買うことの喜びを知ってもらいたかった。

8　学生に図書館に親しみをもって頻繁に利用してもらいたいと思い、赴任２年目にライブラリー・ツアーを実行した。ゼミの学生16名を引き連れて書庫に入れるように交渉したが、図書館は前例がないと渋っていた。そこを何とか説得して、ゼミで使う図書やいろいろな資料を筆者が説明した。学生は感激していた。その結果であろう、翌年から図書館独自のライブラリー・ツアーを実施することになる。書籍を勉強に使うためにも図書館の実態を知っていなければならない。

9　最近では専門書ではなくウェブ上から情報を集める傾向が強くなった。これについてはメリットとデメリットを周知徹底する必要がある。

10 本式のディベートをすると１回しかできないが、みんなにディベートを経験してほしいので、時間を縮めて簡易版を作り、全員がディベートをすることとした。５分ぐらいで立論をするのだが、学生にとってはそのぐらいがちょうどよい時間であったようだ。

次に、大人数の授業においてのディスカッションである。『財政学』についてはディスカッションをすることで問題を深められるのでディスカッションを取り入れたかったが、受講者が多いことで二の足を踏んでいた。しかし、これも外部での研修会で World Café を教えてもらい、大人数でも可能であることがわかった。

方法としては、受講者を５～６人のグループに分ける。グループの数が場合によっては 20 もできることになる。最初は自由にグループを作らせたが、学生の要望で抽選によって機械的にグループ分けをすることにした。紙に番号を振り同じ番号の学生を１つのグループにさせるのである。ほとんど全員が出席するのであれば、事前にグループ分けできるのであるが、ゼミと違って World Café の時間になると休む学生が多くてそれができなかった。特に、ディスカッションが嫌いな学生は休んでしまい、通常の授業より10％も出席率が悪くなった[11]。これは解決しなければならない問題であろう。

テーマについては、授業と関連付けることが重要である。事前に予備知識を与えるとともに、宿題を出してテーマの予備調査をさせることが必要である。

当日は、ストップウォッチで時間を計って議論を進める。次のような順序である。

① 本日の趣旨説明

② アイスブレイク ― ミラーリング

③ ディスカッション開始

④ リーダーの移動

⑤ リーダーが戻って、グループの主張のまとめ

⑥ 各グループの発表

⑦ マインド・マップのスライドを使っての全体でのディスカッション

World Café の特徴は、ディスカッションの終盤で、リーダーが他のグループに移動して、他のグループの意見を聞くことである。それによって幅広い意見が聞けて気づきができるようになる。90 分の授業では移動は１回しかできなかったが、できればもう１回ぐらいできるとよいであろう。これが全体で議論できないことを補完する役割を果たしており、World Café という名前がついている理由である。また、最後にマインド・マップのスライドを使ってまとめをすることで、教員の考え方も加味することができる。

そこで、メリットであるが、1) 授業の内容を深めることができること、2) 討議力を高めることができること、3) 社会問題に興味を持たせること、などである。逆にデメリットは、1) ディスカッションを不得意にしている学生は授業を回避すること、2) 授業の内容に依存して自分の視野を広げようとしないこと、3) 自分自身で論理的に考えるのではなく社会で広まっている考えを主張しがちであること、などである。

---

11 やりたくはなかったが、出席率を上げるために、World Café も成績評価の対象にすると脅しをかけた。すると、今度は、出席はするがお客様になって全くディスカッションに加わらない学生が出てきた。

5. アクティブ・ラーニング (2) ──クリッカー

クリッカーも重要な教育機器で、アクティブ・ラーニングの手段として有効であろう。受講生の数が多いと、なかなか学生が授業に参加することも難しい。その点クリッカーは、簡単に参加ができる。学生の考えを確かめるために、挙手をさせることも同様な効果が得られるが、最近の学生は恥ずかしがってなかなか挙手をしない。クリッカーなら自分がどの答えに賛成しているか、他の人に知られずに意思表示ができるので、気楽に参加できるようだ。手順としては次のようになる。

①授業内容をよく検討して、どこでクリッカーを使うか決める

②各々の個所で、設問と回答を作成する（パワーポイントで作成）

③授業中にタイミングを見計らって学生に回答させる

④正解を発表するとともに、解説をする

最初は、クリッカー専用機種を使っていたが、端末が立派すぎて持ち運びに非常に苦労した[12]。そこで、情報システム部との協力のもとで、スマートフォンにクリッカー機能をつけることを共同で開発した。スマートフォンのほうが、1) クリッカー端末の配布などの手間が省けること、2) 学生が授業終了後でも問題を確認できること、3) どの学生がどのような回答をしたか、教員は後で調べることができること、4) 回答の理由を書かせることができること、などのメリットがある。実験はしなかったが、クリッカーを使っての成績評価もできるのではないかと考えている。

クリッカーのメリットは、1) その場で考えさせることができること、2) 問題の作り方によって知識量を問うことができること、3) 授業への参加意識を持たせることができること、4) 自分の意思表明を他の友達に知られることがないこと、などである。デメリットとしては、1) 教員から見えないので手抜きをすることができること、2) 設問の仕方を工夫しないと、単純で面白くない授業になること、3) お遊びになってしまいかねないこと、などである。機器が目新しいうちは全員参加していたが、そのうち手を抜く学生が出てきた。クリッカー端末は持っていくがボタンを押さない学生が出てきたのである。評価にかかわるようにすれば防げるのだが[13]。それはスマートフォンになってからも同じであった。

専用機種のクリッカーではできないが、スマートフォンであればいろいろな工夫ができるのではないか。筆者は開発に参加したが、本格運用は翌年１年だけであった。それでも次のような工夫をした。前述の World Café であるが、全体での意見発表の際は私がマインド・マップのソフトで集計した。したがって、ソフトを持っていない学生は生のデータは見られず、私が集計したものだけを見ることになった。しかし、スマートフォンのクリッカーにある意見を述べる機能を使うと、学生はいつでも他のグループの意見を見ることができるようになる。ディスカッション

12 １ケースに32個しか入っていないので、100人を超すような授業では４ケース必要になり、教員１人ではとても手に負えない。購入の際には使い勝手も考えなければならない。

13 評価ができない理由は、少数であるがスマートフォンを持っていない学生がいたことである。100人前後の授業で調べたが、２〜３人が持っていなかった。

にも応用できるようになる。

6. アクティブ・ラーニング (3) ― 演習

最初にアクティブ・ラーニングを始めたのはミクロ経済学中級の授業であった。これも LSE での経験であるが、教員の講義の後に演習の授業があり、宿題の問題を解かなければならなかった。筆者は出席しなかったが、留学している日本人は必死になって問題を解いていた。語学のハンデがあるのでディスカッションの演習では点数が取れないが、数学系の問題を解く演習はあまりしゃべらなくてもよいので点数稼ぎができると張り切っていた。

LSE で見た様な演習を創価大学でもできないかと考えていたが、TA (Teaching Assistant) が利用できなかった[14] ので実現不可能であった。その当時担当していたミクロ経済学中級は、数学も使うかなり形式的な解き方をする科目なので、できる学生なら対応できると考え、SA (Student Assistant) として協力してもらうこととした。都合よく、理論同好会[15] という経済学を勉強するサークルができて優秀な学生に依頼できることが可能となった。

当時100人を超える学生が受講していた。そこで、30 ～ 40人に分けてグループを作り、演習の時間だけ各グループは別の教室で授業をすることにした。まず筆者が通常の授業をして、内容を詳しく説明して理解させるようにする。その後に宿題を出して、演習のための準備をさせるようにする。演習の時間には、その宿題の解答を黒板に出て書かせる。なるべく多くの学生に解かせるために、１問につき４～５人当てることにした。各々の学生に説明させた後、SA が解説を加えることになる。SA は事前に集まって、説明が同じになるように打ち合わせを行っている。SA にお願いしたのは、1) なるべくたくさんの学生に解かせること、2) わからない場合はすぐに教えて正解に導くこと、3) 学生がやる気をなくす発言はせずほめること、などである。そして、筆者は各教室を回り、SA の手に負えないような質問について、説明をすることとした[16]。

成績評価の際にこの演習の際に問題を前に出て解いたことも加えるようにした。１回黒板に出て問題を解くと点数をあげることにした。そうしないと、問題を解かない学生が出てくるからである。初期の段階はうまく機能して、学生は一生懸命取り組んでいた。先生より SA の方が教え方はうまいというような学生も出てきた。定期テストの結果を見ても、成果は上がっているようであった。

メリットであるが、1) 問題を解く機会が多くなること、2) 受講者数が少ないので質問が容易になること、3) 教える方の SA の勉強にもなること、などがあげられる。デメリットとしては、

14 経済学研究科では、留学生がかなり多い。また、専攻も理論関係の院生が少ないので、TA としては利用できなかった。

15 経済理論を勉強しようという自発的な考えからできたサークルである。後に、経済学検定試験で連勝を重ねていく。たがいに教えあうという趣旨でできたので、他人を指導することには非常に熱心であった。

16 教員は各クラスを回って、SA が答えられない質問に備えることにしたが、そのようなことはほとんどなかった。また、重要な点について追加で説明するような役割を行った。

1) 当てられて返事をせず、正解だけを写していく学生が出てくること、2) 学生ということでSAを馬鹿にする学生が出てくること、3) SAも教えてやるという上から目線の学生が出てくること、などである。

初期の段階は優秀なSAを採用できたのであるが、そのうち受講生にとって好ましくないようなSAが出てきて、10年ほどでやめることになる。この演習の経験の中で困ったことがある。正解を印刷して渡すようにしつこく要求する学生が出たことである。授業に出て黒板に出て解答した仲間や、SAの説明を聞いていれば正解はよくわかるのであるが、プリントにして渡すように要求された。正解だけを暗記するからそれはできないと拒否したが、その後も度々要求された。どうしても正解にこだわる姿勢は何とかしなければいけない。考えるプロセスが重要であることをきちんと理解させなければならない。

7. アクティブ・ラーニング (4) ── 反転授業

前の演習の経験からも、学生に自発的な学習をさせたくて、最後に取り入れたのが反転授業である。これは、授業と予習とを逆転させるもので、準備された教材を使って予習の時に本格的な内容を教材で勉強し、本番の授業時間では復習と問題を解くようなことをする。手順は次のようになる。

①授業の動画をポータルサイトにアップする
②学生がそれを見て学習する
③授業の最初にノートのチェックをする
④疑問点や分からないところの質問を受ける
⑤前の回の演習問題の回答をしながら、前々回の復習をする[17]
⑥ディスカッションをしたり、問題を解いたりして学んだ内容を深める
⑦科目によっては復習のための宿題を出す

動画については15分前後が限度であろう。筆者は最初、前年度に収録した授業のビデオを編集して15分程度に縮めて使ったが、これは評判が悪かった[18]。素人が編集したことで流れが途切れてしまい、内容をとらえにくいようであった。そこで、CETL（教育・学習支援センター）に相談して、パワーポイントが使えることを知った。パワーポイントで15分ぐらいの動画を作成

17 最初は、授業の最後に演習問題を解かせてそれを即座に回収して、次の時間の前に返すようにしていた。しかし、短時間ではなかなか問題が解けず、宿題にしてほしいという要望が出てきたので、宿題とした。次の時間に回収して次の次の時間に返却して、解説をするようにした。

18 このビデオは、すべての回の授業を録画したもので、順番にすべての授業が対象になることになっていた。筆者の授業は２回目に担当となり、早くにビデオが手に入った。最初は、欠席した学生の勉強のために利用することになっていたが、ほとんど利用されなかったようだ。それではもったいないので反転授業に利用しようと考えた。編集は自分ではできないので、時間を指定して専門家にしてもらったが、学生には不評であった。ビデオは、パワーポイントの画面と講義している教員の画面の２つに分かれており、パワーポイントの方に教員が近づくと教員が消えてしまう。その点がおかしいと指摘された。

して、ポータルサイトにアップした。これだとスマートフォンでも見ることが可能である[19]。

反転授業については、予習の方法が分からないという学生の声を聞いて導入を決めたものであるが、学生の反応は芳しいものではなかった。第一に、アップしたビデオを見てくれなかった。15分でも時間がないと主張された。第二に、見てもきちんとノートを取ることがなかった。仕方がないので、ノートを取るポイントを押さえたプリントを配ることにして、授業の冒頭でチェックすることにした。第三に、わからなくても質問は出てこなかった。とにかく、成績にかかわること以外については、非常に消極的であった。第四に、『ミクロ経済学中級』では、解いた問題の正解だけを欲しがって、考え方にあまり注目されなかった。

メリットとしては、1) 自発的な学習習慣がつくこと、2) 授業時間に余裕ができて学習内容を深めることができること、3) 自分で内容を発展させる創造力がつくこと、などである。しかし、デメリットとしては、1) 学習の意図が理解できない学生はやらされている感が出てくること、2) 自主性に任せているので、決められたことをやらない学生が出てくること、3) 自主性がない学生は、結果だけを求めること、などである。

学習の習慣がないのであろうか、ビデオを見ない学生がかなり出て苦労した。見たことの証拠としてノートを作らせたが、授業直前に友達のノートを移して見せる学生がおり、なんらかの工夫が必要である。また、ノートをチェックするためには教員のほかにも人手が欲しい。TA や SA などでよいのだが、『財政学』などになると TA や SA では対応できないことも出てきて、難しい。

8. キャリアデザイン（1）―『社会貢献と経済学』

講義でキャリアデザインを意識すれば、キャリアデザインの特別な授業はいらないと考えている。その最たるものがアクティブ・ラーニングであろう。アクティブ・ラーニングが普通に行われていれば、就活対策のための授業は必要がない。グループ・ディスカッション、プレゼンテーショなどは十分に対応できる。ゼミでのプレゼンテーション、ディスカッション、ディベートはまさにそうであろうし、通常の授業でのアクティブ・ラーニングもキャリア形成に非常に役立つ。

新入生がしっかりとした目標をもって勉強できるようにすることは重要である。目標がないので何を勉強したらよいか迷ってしまう。新しい取り組みとして導入した『社会貢献と経済学』は、経済学を勉強することが社会と結びつくことを自覚させるためのものである。その意味ではキャリア科目といってもよかろう。働くことは社会貢献であり、経済学はそのために役に立つことを勉強するものである[20]。経済学がキャリア形成に役立つこと、経済学の勉強が社会に出て役に立つことなどを初期段階（１年生の時）に意識づけることを目指した。経済学とは何かを知らずに入学してくる学生は、勉強する意欲を失いがちである。経済学が将来につながることを知れば、

19 Think Board というソフトも試してみた。これは教員が習熟するまでにかなりの時間がかかり、それよりも簡単で慣れているパワーポイントが便利で、そちらを使うことにした。我々は片手間に教材を作成するので、よい機能を持っていても習熟するまでに時間のかかるようなものは良くない。

20 この取り組みは、「産業界ニーズに対応した教育改善・充実体制整備事業（産業界 GP)」の一環として行われた。

勉強する意欲もわいてくるであろう。

内容は３つに分かれており、１つは趣旨に合った講師を招聘してオムニバス形式で講義をしてもらうことである。この時重要なのは聞きっぱなしにしないことである。学生が主体的に授業に参加し、質問したり意見を言ったりすることである。そのため必ずグループ・ディスカッションを行い、発言をさせるようにした。２つ目としては、創価大学の卒業生に来てもらって、自分の職業と経験をもとに課題を出してもらい、それを解いてプレゼンテーションしてもらうことである。これももちろん経済学に絡んでいる。３つ目としては、そこまでの授業内容を踏まえて、こちらから出したテーマに基づいて、アイディアを出してプレゼンテーションをしてもらうことである。

１つ目の講師の選考であるが、JTB の力を借りることにした。我々が知らない情報を提供してもらっている。また、のちに取り上げるインターンシップの受け入れ先である、ホテル観洋の阿部女将に来てもらっている。東日本大震災の経験を話してもらうとともに、働くことの意義を話してもらっている。２つ目の卒業生であるが、自分の失敗談なども交えながら、働くことの意義を話してもらう。その経験から課題を出してもらい、学生が回答を考え出して報告することになる。学生が考えるのにちょうどよい課題を作ることは難しく、卒業生の選考には注意が必要である。また、セキュリティの問題などで、社員が業務に絡む話をすることを好ましくないとする企業があるので要注意である。

学生たちに経済学を含む社会問題には１つの決まった正解はないことを実感してもらう。その考えを確かなものにするためにも３つ目のアイディアは重要である。出されたテーマにそって自分たちが考えたアイディアを競うことになる。最近は東日本大震災の被災地である宮城県の南三陸町の復興アイディアを競うことが多かった。

9. キャリアデザイン (2) ―東北復興インターンシップ

もう１つは、インターンシップである[21]。インターンシップの意義は、学生にとっては就業体験を得られることである。社会全体としては、学生が社会において有効な人材になるように育てることである。最近の学生はアルバイトもあまりしないようで、昔の学生に比べると就業体験が少ないようである。そのため、１～２週間と期間は短いけれど、就業体験をすることは意義のあることと考えられる。

しかし、受け入れ先の企業を回って懇談する中で見えてきたことがある。必ずしも就業体験になっていないことである。20年ほど前の初期の段階では全く研修内容が分かっていないようで、訪ねて行った我々に、何をしたらよいのか尋ねるような企業も少なくはなかった。最近ではさす

21 創価大学はインターンシップを他大学に先駆けて導入している。20年以上前に全学でインターンシップを行い、初期に筆者はそのコーディネーターをしていた。全学から 50人の学生を選抜して、週１回の事前研修の後夏休みに２週間のインターンシップを行った。大学で依頼した企業は大企業ばかりで、学生の意向と企業をマッチングさせるのに苦労した。その後、他の９大学とともに、ドイツでの海外インターンシップも行った。

がにきちんと研修内容が決まっているようである。しかし、かなりの企業ではインターンシップ生のための特別メニューが作られており、通常業務とは違っている。したがって、必ずしもきちんとしたその企業の通常業務を体験できるわけではない。いわば企業見学会に終わっている。そこで、本来の就業体験が可能である、新しいスタイルのインターンシップを目指すことにした[22]。

簡単に言えば、夏休みと春休みに行う、２週間のホテル観洋でのインターンシップである[23]。ホテルでのインターンシップは今までもあったが、このインターンシップの特色は次のような点にある。第一に、運営をJTBが行うことである。参加者の募集だけは大学が行うが、それ以外はすべてJTBが行うことになっている。第二に、きちんと事前事後の研修を行うことである。経験者からの情報も含めて、かなり広範な研修となっている。第三に、東日本大震災の被災地救援の意味合いが込められている。インターンシップでも有償のものがあるが、ボランティアの意味合いも込めて無償で行っている。現地はまだ労働力不足であり、繁忙期における重要な労働力となっている。第四に、学生が東日本大震災を学ぶ機会になっている。２週間の間に４回現地の人の話を聞く機会[24]を作り震災を学ぶことにしている。仕事をしながら、現地の人の話が聞けてその面でも震災を学んでいる。第五に、ホテルから課題が出されてそれを解決するアイディアを考えるという、課題解決型も加味されていることである。第六に、創価大学、ホテル観洋、JTBともに、Win-Winの関係になっている。

インターンシップがうまくいかない原因は、受け入れる企業にとって一方的に負担になっていることである。インターンシップの間は、受け入れた学生のお世話係として職員を付けなければならず、その職員は通常業務ができない。また、学生が見学に行った部署では通常業務の妨げになるなどの負担が発生する。さらに、インターンシップを採用活動と勘違いをしている企業もあり、引き受けた学生が就職してくれないと嘆かれることも度々あった[25]。インターンシップの本来の目的は、社会全体で若い人たちを育成していくことである。しかし、そのような状況を見ると、まだわが国でのインターンシップは本来の意味でのインターンシップになっていないようだ。最近はワンデイ・インターンシップが横行して、学生の混乱を招いている。

---

22 インターンシップには、就業体験型と課題解決型の２つの形がある。就業体験になっていないことは本文で述べたが、結構課題解決型も多かった。課題が出されて期間中にグループで解いてプレゼンテーションをするスタイルである。筆者も度々その発表会に来るように要請されて、講評をさせられた。

23 このインターンシップは、東日本大震災の１年後に筆者たちが被災地を訪れた際、ホテル観洋の阿部女将との話し合いから生まれたものである。当時は震災によって従業員が不足しており、それを解決する方法として考え出された。始めてみると様々な問題が出てきたが、JTBが緩衝材となり解決して現在に至っている。このような運営方法は、通常のインターンシップにも有効であろう。

24『復興応援塾』として、時間を取っている。震災後に自力で立ち上がって起業をした人を招いて、働くことを学んでいる。

25 筆者が学部長であったときに、経済学部で海外インターンシップを始めた。最初は、イギリスのマンチェスター、次に、カナダのバンクーバー、そしてオーストラリアのメルボルンと広げていった。インターンシップを始める前に、受け入れ企業を訪問して感心したことは、口をそろえて社会のため学生のために行っていると話すことであった。自社に就職してくれるわけではないが、社会のために若者を育てる責任があると考えているようだ。この点、わが国は遅れている。

10. おわりに

以上のように、39年間を通して様々な授業の改革を行ってきた。授業は勉強する方法としてもっとも効率的なものであると考えているが、教員だけがそう思っていても学生には伝わらない。学生たちも授業の意義をきちんと理解してこそよい授業となるのである。同じことを繰り返しているとたちまち風化してしまう。

筆者の体験では、新しい試みを行うと、面白いという反応が必ず返ってくる。しかし、同じことをそのまま数年繰り返していくと必ず学生の反応は悪くなる。面倒であっても、その試みの意義を繰り返し周知させることが必要なのであろう。毎年行っていることという教員側の気のゆるみを学生は敏感に感じ取るのかもしれない。

また、教員１人では改善にも限度がある。痛感したことは、補助の人間が欲しいことと資金が欲しいことであった。１人でやっていては時間がかかりすぎることも、補助がいればスピーディーに行うことができる。そうすれば授業の緊張感も維持できる[26]。

授業改善はこれからも促進されるであろう。若手の教員の皆さんにはより一層のチャレンジ精神を望みたい。

26 反転授業でノートのチェックをする場合などそれを痛切に感じた。できれば、ノートをチェックするときに質問に答えるのがよい。しかし、１人ではそれも限りがあり、全体で質問がないか求めることしかできなかった。全体に問うと手を挙げるものは少ない。また、World Café で最後のまとめで意見をパソコンで打ち込むときも、補助が打ち込んでくれれば学生との対話ができて有意義になると思った。

リカードの中立命題[1]

Ricardian Neutrality Theorem

板 垣　有 記 輔[2]
Yukio ITAGAKI

リカード[3]の中立命題 Ricardian Neutrality Theorem：現在から将来にかけての政府支出の流列を所与とした場合、この政府支出の流列を賄うための租税政策は民間の消費を含む均衡経路に影響を一切及ぼさない[4]。

定理　仮定１～７の下で、上記のリカードの中立命題が成立する。

仮定１　現在時点0から将来にかけての政府の支出流列はすでに立法府（国会）で決定されていて、行政府（政府）は計画された支出の執行を義務づけられている。したがって、各時点 $t \in [0,\infty)$ の一人当たりの政府支出を $g(t)$ とすると政府の支出計画 $\{g(t)\}_{t=0}^{\infty}$ は所与とみなされる。

仮定２　家計の担税力の有無に関係なく、すべての家計に対して各時点 $t \in [0,\infty)$ に一律に一括税 lump-sum tax $z(t)$ が課される。

仮定３　政府は各時点 $t \in [0,\infty)$ で、利子率 $r(t)$ で国債を国民一人当たり $b(t)$ 発行して、必要な資金を調達することができる。

仮定４　任意の時点 $t \in [0,\infty)$ で、国債の利子率 $r(t)$ と資産の瞬間収益率 $\frac{1}{a(t)}\frac{da(t)}{dt}$ は等しく、

$$\frac{1}{a(t)}\frac{da(t)}{dt} = r(t)$$

である。

---

1 財政学担当の専任講師として赴任され、その後長年にわたって経済学部長として本学部の革新的発展に多大な貢献をされた長谷部秀孝氏に本稿を捧げる。

2 創価大学名誉教授（2015年３月18日）、経済学博士（東北大学、1986年７月17日）

3 リカードウ著　羽鳥卓也・吉澤芳樹訳 [12]『経済学及び課税の原理』下巻 岩波文庫 2018年 第８刷 第17章 原生産物以外の商品に対する租税、pp.47-65.

4 あるいは、**リカードの等価命題 Ricardian Equivalence Theorem**：現在から将来にかけての所与の政府支出の調達手段として、租税と国債は等価である。

両辺を積分すると

$$\int_0^t \frac{1}{a(s)}\frac{da(s)}{ds}ds = \int_0^t r(s)ds + C$$,（C は任意定数）

$$\left[\log_e a(s)\right]_0^t = \int_0^t r(s)ds + C$$

$$\log_e a(t) - \log_e a(0) = \int_0^t r(s)ds + C$$

$$\log_e \frac{a(t)}{a(0)} = \int_0^t r(s)ds + C$$

$$\frac{a(t)}{a(0)} = \exp\left\{\int_0^t r(s)ds\right\}\exp C$$

ここで、

$$1 = \frac{a(0)}{a(0)} = \exp\left\{\int_0^0 r(s)ds\right\}\exp C = \exp\{0\}\exp C = \exp C$$

より、$C = 0$ であるから、

$$a(t) = a(0)\exp\left\{\int_0^t r(s)ds\right\}\exp 0 = a(0)\exp\left\{\int_0^t r(s)ds\right\}$$

仮定５　家計の予算制約式は、

$$\frac{d}{dt}a(t) = r(t)a(t) + w(t) - z(t) - c(t), t \in [0,\infty)$$

ただし、 $\lim_{t\to\infty} a(t)\exp\left\{-\int_0^t r(\xi)d\xi\right\} = 0$（NPG 条件[5]）

である。ここに、$a(t)$ は当該家計の時点 t の保有資産高、$r(t)$ は保有資産の時点 t の瞬間収益率、$w(t)$ は時点 t の労働賃金率、$z(t)$ は時点 t の一括税、$c(t)$ は時点 t の消費量である。

補題　保有資産 $a(t)$ に関する１階線形微分方程式

$$\frac{d}{dt}a(t) = r(t)a(t) + w(t) - z(t) - c(t) \tag{1}$$

の解 $a(t)$ は、資産の初期保有量 $a(0) = a_0$ の下で、

$$a(t) = a_0 \exp\left\{\int_0^t r(\xi)d\xi\right\} + \int_0^t \left(w(\tau) - z(\tau) - c(\tau)\right)\exp\left\{\int_\tau^t r(\xi)d\xi\right\}d\tau \tag{2}$$

と定まる。

5 非ポンジー・ゲーム条件 No-Ponzi-game condition: 借金を借金で賄うポンジーゲームの禁止。

証明　当該家計が服すべき、生涯予算制約式である $a(t)$ についての線形微分方程式

$$\frac{d}{dt}a(t)+\left(-r(t)\right)a(t)=w(t)-z(t)-c(t) \tag{1}$$

の一般解は、

$$a(t)=e^{-\int -r(t)dt}\left\{\int w(t)-z(t)-c(t)e^{\int -r(t)dt}dt+C\right\}，\text{（}C\text{ は任意定数）} \tag{3}$$

である[6]。

実際、この式の両辺を t で微分すると

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}a(t)&=\frac{d}{dt}\left(e^{-\int -r(t)dt}\right)\cdot\left\{\int w(t)-z(t)-c(t)e^{\int -r(t)dt}dt+C\right\}\\
&\quad+e^{-\int -r(t)dt}\cdot\frac{d}{dt}\left\{\int w(t)-z(t)-c(t)e^{\int -r(t)dt}dt+C\right\}\\
&=\frac{d}{dt}\left(\int r(t)dt\right)e^{-\int -r(t)dt}\left\{\int w(t)-z(t)-c(t)e^{\int -r(t)dt}dt+C\right\}\\
&\quad+e^{-\int -r(t)dt}\left\{w(t)-z(t)-c(t)\right\}e^{\int -r(t)dt}\\
&=r(t)e^{-\int -r(t)dt}\left\{\int w(t)-z(t)-c(t)e^{\int -r(t)dt}dt+C\right\}\\
&\quad+e^{\int r(t)dt}\left\{w(t)-z(t)-c(t)\right\}e^{\int -r(t)dt}\\
&=r(t)a(t)+w(t)-z(t)-c(t)
\end{aligned}$$

となる。すなわち、(3) は、確かに (1) の一般解である。

次に、資産の初期保有量 $a(0) = a_0$：所与のときの解を求める。

このときは、一般解 (3) の任意定数 C が決まる。

いま

$$A(t)=\int -r(t)dt$$

$$F(t)=\int\left\{w(t)-z(t)-c(t)\right\}e^{A(t)}dt$$

と定義すると (3) の一般解 $a(t)$ は、次のようになる。

$$\begin{aligned}
a(t)&=e^{-\int -r(t)dt}\left\{\int w(t)-z(t)-c(t)e^{\int -r(t)dt}dt+C\right\}，\text{（}C\text{ は任意定数）}\\
&=e^{-A(t)}\left\{F(t)+C\right\}=Ce^{-A(t)}+e^{-A(t)}F(t)
\end{aligned}$$

6 例えば、半世紀の長き間親しんできた木村俊房 [4]『常微分方程式の解法』培風館 初版 pp.21-22.

$t = 0$ とすると

$$Ce^{-A(0)} + e^{-A(0)}F(0) = a(0) = a_0$$

であるから、

$$C = a_0 e^{A(0)} - F(0)$$

それ故

$$\begin{aligned} a(t) &= Ce^{-A(t)} + e^{-A(t)}F(t) \\ &= \left(a_0 e^{A(0)} - F(0)\right)e^{-A(t)} + e^{-A(t)}F(t) \\ &= a_0 e^{-(A(t)-A(0))} + e^{-A(t)}\left(F(t) - F(0)\right) \\ &= a_0 e^{-(A(t)-A(0))} + e^{-A(t)}\left(\int_0^t \left\{w(\tau) - z(\tau) - c(\tau)\right\} e^{A(\tau)} d\tau\right) \\ &= a_0 e^{-(A(t)-A(0))} + \int_0^t \left\{w(\tau) - z(\tau) - c(\tau)\right\} e^{-(A(t)-A(\tau))} d\tau. \end{aligned}$$

ところで、$A(t) = \int -r(t)dt$ より、

$$A(t) - A(0) = \int_0^t -r(s)ds, A(t) - A(\tau) = \int_\tau^t -r(s)ds$$

であるから、結局

$$\begin{aligned} a(t) &= a_0 e^{-(A(t)-A(0))} + \int_0^t \left\{w(\tau) - z(\tau) - c(\tau)\right\} e^{-(A(t)-A(\tau))} d\tau \\ &= a_0 \exp\left\{\int_0^t r(\xi)d\xi\right\} + \int_0^t \left\{w(\tau) - z(\tau) - c(\tau)\right\} \exp\left\{\int_\tau^t r(\xi)d\xi\right\} d\tau \end{aligned}$$

を得る。　　**証了**

仮定６　家計は生涯予算制約式に服しながら、生涯効用 $\int_0^\infty u\left(c(\tau)\right)e^{-\delta t}dt$ を最大化するように最適な消費経路 $\left\{c^*(t)\right\}_{t=0}^\infty$ を選択するものとする。すなわち、

$$\max_{(c(t))_0^\infty} \leftarrow \int_0^\infty u\left(c(t)\right)e^{-\delta t}dt$$

$$subject\ to \begin{cases} a(t) = a(0)\exp\left\{\int_0^t r(\xi)d\xi\right\} + \int_0^t \left(w(\tau) - z(\tau) - c(\tau)\right)\exp\left\{\int_\tau^t r(\xi)d\xi\right\}d\tau \\ a(0) = a_0 : given \end{cases}$$

$\Leftrightarrow$

$$\max_{(c(t))_0^\infty} \leftarrow \int_0^\infty u\left(c(t)\right)e^{-\delta t}dt$$

$$subject\ to \begin{cases} \dfrac{d}{dt}a(t) = r(t)a(t) + w(t) - z(t) - c(t) \\ a(0) = a_0 : given \end{cases}$$

仮定７　各時点 $t \in [0,\infty)$ で、政府の動学的予算制約式

$$\underbrace{\frac{d}{dt}b(t)}_{\text{国債新規発行}} - \underbrace{r(t)b(t)}_{\text{国債利払い}} = \underbrace{g(t)}_{\text{政府支出}} - \underbrace{z(t)}_{\text{一括税}}$$

$$b(0) = b_0 : given$$

$$\lim_{t\to\infty} b(t)\exp\left\{-\int_0^t r(\xi)d\xi\right\} = 0 \quad \text{（NPG 条件）}$$

を満たされなければならない[7]。

定理の証明

まず、国債の初期保有量が $b(0) = b_0$ であるときの政府の生涯予算制約式は、家計のそれと全く同様にして求められ、

$$b(t) = b_0 \exp\left\{\int_0^t r(\zeta)d\zeta\right\} + \int_0^t \left(g(\tau) - z(\tau)\right)\exp\left\{\int_\tau^t r(\zeta)d\zeta\right\}d\tau$$

である。

よって、

$$-\int_0^t z(\tau)\exp\left\{\int_\tau^t r(\zeta)d\zeta\right\}d\tau = b(t) - b_0 \exp\left\{\int_0^t r(\zeta)d\zeta\right\} - \int_0^t g(\tau)\exp\left\{\int_\tau^t r(\zeta)d\zeta\right\}d\tau$$

を得る。

政府の生涯予算制約式を家計の生涯予算制約式に代入すると

$$\begin{aligned} a(t) &= a(0)\exp\left\{\int_0^t r(\xi)d\xi\right\} + \int_0^t \left(w(\tau) - z(\tau) - c(\tau)\right)\exp\left\{\int_\tau^t r(\xi)d\xi\right\}d\tau \\ &= a(0)\exp\left\{\int_0^t r(\xi)d\xi\right\} + \int_0^t \left(w(\tau) - c(\tau)\right)\exp\left\{\int_\tau^t r(\xi)d\xi\right\}d\tau \\ &\quad - \int_0^t z(\tau)\exp\left\{\int_\tau^t r(\xi)d\xi\right\}d\tau \end{aligned}$$

7　$\underbrace{z(t)}_{\text{一括税}} - \underbrace{g(t)}_{\text{政府支出}} = -\underbrace{\frac{d}{dt}b(t)}_{\text{国債新規発行}} + \underbrace{r(t)b(t)}_{\text{国債利払い}}$：基礎的財政収支（プライマリーバランス）という。

$$=a(0)\exp\left\{\int_0^t r(\xi)d\xi\right\}+\int_0^t\bigl(w(\tau)-c(\tau)\bigr)\exp\left\{\int_\tau^t r(\xi)d\xi\right\}d\tau$$

$$+b(t)-b_0\exp\left\{\int_0^t r(\zeta)d\zeta\right\}-\int_0^t g(\tau)\exp\left\{\int_\tau^t r(\zeta)d\zeta\right\}d\tau$$

$$=(a_0-b_0)\exp\left\{\int_0^t r(\xi)d\xi\right\}+\int_0^t\bigl(w(\tau)-c(\tau)\bigr)\exp\left\{\int_\tau^t r(\xi)d\xi\right\}d\tau$$

$$+b(t)-\int_0^t g(\tau)\exp\left\{\int_\tau^t r(\zeta)d\zeta\right\}d\tau$$

$$=(a_0-b_0)\exp\left\{\int_0^t r(\xi)d\xi\right\}+\int_0^t\bigl(w(\tau)-g(\tau)\bigr)\exp\left\{\int_\tau^t r(\xi)d\xi\right\}d\tau$$

$$+b(t)-\int_0^t c(\tau)\exp\left\{\int_\tau^t r(\xi)d\xi\right\}d\tau$$

よって、

$$a(t)-b(t)=(a_0-b_0)\exp\left\{\int_0^t r(\xi)d\xi\right\}+\int_0^t\bigl(w(\tau)-g(\tau)\bigr)\exp\left\{\int_\tau^t r(\xi)d\xi\right\}d\tau$$

$$-\int_0^t c(\tau)\exp\left\{\int_\tau^t r(\xi)d\xi\right\}d\tau$$

両辺に $\exp\left\{-\int_0^t r(\xi)d\xi\right\}$ をかければ、

$$a(t)\exp\left\{-\int_0^t r(\xi)d\xi\right\}-b(t)\exp\left\{-\int_0^t r(\xi)d\xi\right\}$$

$$=a_0-b_0+\int_0^t\bigl(w(\tau)-g(\tau)\bigr)\exp\left\{-\int_0^\tau r(\xi)d\xi\right\}d\tau-\int_0^t c(\tau)\exp\left\{-\int_0^\tau r(\xi)d\xi\right\}d\tau.$$

$t\to\infty$ とすれば、

$$\lim_{t\to\infty}a(t)\exp\left\{-\int_0^t r(\xi)d\xi\right\}-\lim_{t\to\infty}b(t)\exp\left\{-\int_0^t r(\xi)d\xi\right\}$$

$$=a_0-b_0+\int_0^\infty\bigl(w(\tau)-g(\tau)\bigr)\exp\left\{-\int_0^\tau r(\xi)d\xi\right\}d\tau-\int_0^\infty c(\tau)\exp\left\{-\int_0^\tau r(\xi)d\xi\right\}d\tau.$$

ここで、資産残高 $a(t)$、国債残高 $b(t)$ についての NPG 条件

$\lim_{t\to\infty}a(t)\exp\left\{-\int_0^t r(\xi)d\xi\right\}=0,\lim_{t\to\infty}b(t)\exp\left\{-\int_0^t r(\xi)d\xi\right\}=0$ を斟酌すれば、

$$a_0+\int_0^\infty w(\tau)\exp\left\{-\int_0^\tau r(\xi)d\xi\right\}d\tau-\left(b_0+\int_0^\infty g(\tau)\exp\left\{-\int_0^\tau r(\xi)d\xi\right\}d\tau\right)$$

$$=\int_0^\infty c(\tau)\exp\left\{-\int_0^\tau r(\xi)d\xi\right\}$$

これは、時点0の資産 a_0 と生涯労働所得 $\int_0^\infty w(\tau)\exp\left\{-\int_0^\tau r(\xi)d\xi\right\}d\tau$ を合わせた家計の生涯所得 $a_0+\int_0^\infty w(\tau)\exp\left\{-\int_0^\tau r(\xi)d\xi\right\}d\tau$ から、時点0の政府債務残高 b_0 と政府支出の割引現在価値の総和 $\int_0^\infty g(\tau)\exp\left\{-\int_0^\tau r(\xi)d\xi\right\}d\tau$ を控除した金額を、家計は生涯消費流列 $\left\{c(t)\right\}_{t=0}^\infty$ に充てることができることを示しており、政府の予算制約式を勘案した家計の予算制約式といえる。ここで、左辺に現れる0時点（現時点）の国債残高 b_0 と将来の政府支出の流列 $\left\{g(t)\right\}_{t=0}^\infty$ は、現時点（0時点）ですでに決まっていて、所与である。

政府がどのようなころあいで、どのような規模で一括税を課すかという政府の課税政策 $\left\{z(\tau)\right\}_{\tau=0}^\infty$ は、家計が消費に充当できる生涯所得

$a_0+\int_0^\infty w(\tau)\exp\left\{-\int_0^\tau r(\xi)d\xi\right\}d\tau-\left(b_0+\int_0^\infty g(\tau)\exp\left\{-\int_0^\tau r(\xi)d\xi\right\}d\tau\right)$ には、影響を与えない。

したがって、政府支出 $\left\{g(t)\right\}_{t=0}^\infty$ の財源としての政府の租税政策 $\left\{z(t)\right\}_{t=0}^\infty$ は、家計が消費に充当できる生涯所得に依存して決まる家計の最適消費を含む均衡経路 $\left\{c^*(t),\cdots\right\}_{t=0}^\infty$ に影響を与えることはできない。よって、定理：リカードの中立命題 は確かに成立する。

証了

参照文献

[1] Barro, Robert J., Are Government Bonds Net Wealth? *Journal of Political Economy*. November 1974. Vol.82, No.6. pp.1095-1117.

[2] Barro, Robert J., The Ricardian Approach to Budget Deficits. *Journal of Economic Perspectives*. Spring, 1989. Vol.3, No.2. pp.37-54.

[3] Buchanan, James M., Barro on the Ricardian Equivalence Theorem. *Journal of Political Economy*. April 1976. Vol.84 No.2, pp.337-342.

[4] 木村俊房『常微分方程式の解法』培風館 , 初版 第50刷 , 21-22頁 .

[5] 小塩隆士『コア・テキスト財政学』第２版第２刷 新世社 , 2017年 , 第７章 公債 , 155-180頁 .

[6] 林 貴志『マクロ経済学 動学的一般均衡理論入門』ミネルヴァ書房 , 2012年 , 第５章 動学的一般均衡理論―多期間モデル , 89-122頁 .

[7] Ljungqvist, L. and T. J. Sargent, *Recursive Macroeconomic Theory*. 4th ed., MIT, 2018, Chp28 Credit and Currency, pp.1171-1206.

[8] D. Romer, *Advanced Macroeconomics* 5th ed., McGraw Hill, 2018, Chapter 13 Budget Deficits and Fiscal Policy, pp.660-714.

[9] D. ローマー『上級マクロ経済学』（原書第３版）日本評論社 , 2018年 , 第11章 財政赤字と財政政策 11.2 リカードの中立性 11.3 実際におけるリカードの中立性 .

[10] 齊藤 誠・岩本康志・太田聰一・柴田章久『新版 マクロ経済学』有斐閣 , 2016年 , 第16章 消費と投資 第４節 動学的な経済環境における財政政策 . 617-624頁 .

[11] 本間正明・岩本康志 ほか『財政論』（丸山 徹 編 経済学教室８）培風館 , 2019年 , 第９章 国債と年金 9.2.3 税と国債 ―リカードの等価定理― .

[12] リカードウ著 羽鳥卓也・吉澤芳樹訳『経済学及び課税の原理』下巻 岩波文庫 , 2018年 , 第８刷 第17章 原生産物以外の商品に対する租税 , pp.47-65.

最適停止問題の数値解析（計算経済学の研究その19）

Numerical Analysis of the Optimal Stopping Problems

釜　　国男*
Kunio KAMA

1. はじめに

秘書の採用など最適タイミングを決定する問題を最適停止問題という。主に応用確率論、統計学、決定理論の分野で研究されている。この問題は経済学でもしばしば登場する。例えば独占企業は価格を据え置くか、変更するかどうか判断する。投資家はオプションを行使するタイミングを決定する。企業にとって設備投資のタイミングはきわめて重要な問題であり、タイミングを誤ると倒産するかもしれない。いずれもやり直しが利かない１回限りの決定である。これらの問題について数学的な研究が行われてきたが、ここでは動的計画の問題として取り上げる。最初に一般的な形で問題を設定して基本的な概念と最適停止政策について説明する。その後、三つの事例をあげて問題の解法を示す。取り上げるのはアメリカン・コールオプション、企業の設備投資、および産業への参入・退出である。これらの問題について最適停止ルールを数値的な方法で求める。いくつかの解法があるが、ここでは Huang and Pang(1998) の提案した変分不等式に基づく方法を用いる。

2. 最適停止問題

最初に最適停止問題について簡単に説明する（詳細は Stokey(2008) または Dixit(1993) を参照されたい）。$X(t)$ はつぎの拡散過程にしたがう確率変数である。

$$dX(t) = \mu dt + \sigma dW(t) \tag{1}$$

ただし $W(t)$ は標準ブラウン運動を表し、μ と σ はドリフト係数と拡散係数である。ここで取り上げるのは収益の条件付き期待値

$$V(x) = E\left[\int_0^{t(b)} e^{-\rho t} f(X(t))dt + e^{-\rho t(b)} S(b) \middle| X(0) = x\right] \tag{2}$$

を最大化する問題である。ただし $t(b)$ は x から b に達するまでの時間を表し、$S(b)$ は停止したと

* 創価大学名誉教授

きの利得である。x の値によって最適な時間は異なる。このため X を停止領域と継続領域に分ける。つまり $x=b$ の左側では事業を停止し、右側では事業を継続する。この問題に動的計画法を適用するために、ブラウン運動を離散近似する。つまり時間を Δt の間隔で近似して、x の間隔を $\Delta x=\sigma\sqrt{\Delta t}$ とする。そして X を p, q の確率で上下に移動するランダム・ウォークによって近似する。ただし

$$p=\frac{1}{2}\left[1+\frac{\mu\sqrt{\Delta t}}{\sigma}\right] \quad , \quad q=\frac{1}{2}\left[1-\frac{\mu\sqrt{\Delta t}}{\sigma}\right]$$

とする。$x>b$ なら

$$V(x)=f(x)\Delta t+(1-\rho\Delta t)\left[pV(x+\sigma\sqrt{\Delta t}\,)+qV(x-\sigma\sqrt{\Delta t})\right]$$

となる。テイラー展開により

$$V(x+\sigma\sqrt{\Delta t})=V(x)+V'(x)\sigma\sqrt{\Delta t}+\frac{1}{2}V''(x)\sigma^2\Delta t+\cdots$$

$$V(x-\sigma\sqrt{\Delta t})=V(x)-V'(x)\sigma\sqrt{\Delta t}+\frac{1}{2}V''(x)\sigma^2\Delta t+\cdots$$

であるから

$$\rho\Delta t V(x)=f(x)\Delta t+(1-\rho\Delta t)\left[(2p-1)V'(x)\sigma\sqrt{\Delta t}+\frac{1}{2}V''(x)\sigma^2\Delta t\right]$$

となり、両辺を Δt で割ると

$$\rho V(x)=f(x)+(1-\rho\Delta t)\left[\frac{(2p-1)V'(x)\sigma}{\sqrt{\Delta t}}+\frac{1}{2}V''(x)\sigma^2\right]$$

となる。$(2p-1)/\sqrt{\Delta t}=\mu/\sigma$ を代入すると

$$\rho V(x)=f(x)+(1-\rho\Delta t)\left[V'(x)\mu+\frac{1}{2}V''(x)\sigma^2\right]$$

$\Delta t\to 0$ とすると、HJB 方程式

$$\rho V(x)=f(x)+V'(x)\mu+\frac{1}{2}V''(x)\sigma^2 \tag{3}$$

が得られる。

$x=b+\Delta x$ とすると

$$V(b+\Delta x)=f(b+\Delta x)\Delta t+(1-\rho\Delta t)\left[pS(b)+qV(b+2\Delta x)\right]$$

となる。テイラー展開して $\Delta t\to 0$ とすると

$$V(b)=S(b) \tag{4}$$

が成り立つ。これはバリュー・マッチング条件とよばれる。この条件を満たすと価値関数は停止領域と継続領域の境界点で連続的に変化する。

つぎに $x \to b+0$ とする。S は一定とすると、HJB 方程式は

$$V(x) = f(x)\Delta t + (1-\rho\Delta t)\left[p\max\{V(x+\sigma\sqrt{\Delta t}, S\} + q\max\{V(x-\sigma\sqrt{\Delta t}, S\}\right]$$

と書ける。テイラー展開して $x=b$ を代入すると

$$\rho\Delta t S = f(b)\Delta t + (1-\rho\Delta t)\left[p\max\left\{V'(b)\sigma\sqrt{\Delta t} + \frac{1}{2}V''(b)\sigma^2\Delta t, 0\right\}\right.$$

$$\left. + q\max\left\{-V'(b)\sigma\sqrt{\Delta t} + \frac{1}{2}V''(b)\sigma^2\Delta t, 0\right\}\right]$$

となり、両辺を $\sqrt{\Delta t}$ で割ると

$$\rho\sqrt{\Delta t}S = f(b)\sqrt{\Delta t} + (1-\rho\Delta t)\left[p\max\left\{V'(b)\sigma + \frac{1}{2}V''(b)\sigma^2\sqrt{\Delta t}, 0\right\}\right.$$

$$\left. + q\max\left\{-V'(b)\sigma + \frac{1}{2}V''(b)\sigma^2\sqrt{\Delta t}, 0\right\}\right]$$

となる。$\Delta t \to 0$ とすると

$$0 = \frac{1}{2}\max\{V'(b)\sigma, 0\} + \frac{1}{2}\max\{-V'(b)\sigma, 0\}$$

この式が成り立つためには

$$V'(b) = 0$$

でなければならない。これはスムース・ペースティング条件とよばれる。S が x の関数であるときは

$$V'(b) = S'(b) \tag{5}$$

が成り立つ。

以上の結果を要約すると

$$V(x) \ge S(x), \quad \rho V(x) = f(x) + \mu(x)V'(x) + \frac{1}{2}\sigma^2(x)V''(x) \quad (x \ge b)$$

$$V(x) = S(x), \quad \rho V(x) \ge f(x) + \mu(x)V'(x) + \frac{1}{2}\sigma^2(x)V''(x) \quad (x \le b)$$

一つの式で

$$\min\left\{\rho V(x) - f(x) - \mu(x)V'(x) - \frac{1}{2}\sigma^2(x)V''(x), V(x) - S(x)\right\} = 0 \tag{6}$$

と表される。これは HJB 方程式に関する変分不等式である。この不等式の解はスムース・ペースティング条件を満たす（Oksendal(1998) を参照）。つぎに本節で説明した方法を三つの最適停止問題に適用する。

3. オプションの権利行使問題

最初に取り上げるのはアメリカン・コールオプションの権利行使問題である。アメリカン・オプションでは満期日になる前に権利を行使することができる。このため投資家はいつ権利を行使するのか決定する。ヨーロピアンタイプと異なり、アメリカンタイプのオプションには解析的な解はない。このため差分法をはじめいくつかの数値解法が考案されている。投資家の問題は与えられた価格のもとでオプションの価値を最大化することである。

$$V(s) = \max_{0,\tau \le T} E[e^{-r\tau}(S(\tau)) - K)^{+} \big| S(0) = s] \tag{7}$$

S は株価で K は行使価格であり、r は無リスク利子率、τ は権利行使の時刻である。$(x)^{+} = \max(x, 0)$ とする。簡単化のため、株価が境界値より高くなると権利を行使するストッピング・ルールを採用する。株価が最初に c と等しくなる時刻を $\tau(c)$ とする。すなわち、$\tau(c) = \inf\{t \ge 0 : S(t) = c, S(u) < c, \forall u < t\}$。これに対応して株価を二つの領域に分ける。$0 \le s < c$ の領域では株価は低く、満期前に権利を行使するのは最適ではない。このとき次式が成り立つ。

$$V(s) > s - K, \quad rV(s) = \mu s V'(s) + \frac{1}{2}\sigma^2 s^2 V''(s)$$

もう一つの領域 $c < s < \infty$ では株価は高く、満期前の権利行使は最適であり

$$V(s) = s - K, \quad rV(s) \ge rsV'(s) + \frac{1}{2}\sigma^2 s^2 V''(s)$$

が成り立つ。まとめて表すと

$$\min\left\{rV(s) - \mu s V'(s) - \frac{1}{2}\sigma^2 s^2 V''(s), V(s) - (s - K)\right\} = 0 \tag{8}$$

$r > \mu + \sigma^2/2$ であれば最適タイミングが存在する。しかし最適停止ルールを解析的に求めることは難しい。このため (8) を差分近似して解を求める。計算方法は企業の設備投資と参入・退出の問題に関連して示す。

4. 設備投資問題

設備投資の決定は企業経営の大問題である。投資はまた景気変動の重要な要因でもある。この節では最適投資のタイミングについて考える。投資を行うには費用がかかり、投資収益はつぎの幾何ブラウン運動にしたがう。

$$dX(t) = \mu X(t)dt + \sigma X(t)dW(t) \qquad (\rho > \mu) \tag{9}$$

収益が十分大きくなってから投資するのが合理的である。Value function を

$$V(x) = \max_{0 \le \tau < \infty} E\left[\int_{\tau}^{\infty} e^{-\rho t} X(t)dt - e^{-\rho t} I \,\middle|\, X(0) = x\right]$$

とする。ここで

$$\tau = \inf\{t > 0 : X(t) \ge X^{*}\}$$

であり τ は臨界値 X^* への最短到達時刻である。したがって τ を決める問題は臨界値を求める問題に変換される。投資を実行した時点では $\tau = 0$ であり、投資は

$$S(x) = E\left[\int_0^\infty e^{-\rho t} X(t)dt - I\right] = \frac{x}{\rho - \mu} - I \tag{10}$$

の価値を生み出す[1)]。$\rho > \mu$ より $S(x)$ は右上がりの直線となる。$x \geq X^*$ であれば $V(x) = S(x)$ となる。一方、$x < X^*$ であれば $V(x) \geq S(x)$ となり

$$\rho V(x) = \mu x V'(x) + \frac{1}{2}\sigma^2 x^2 V''(x) \tag{11}$$

が成り立つ。二つの条件をまとめて

$$\min\left[\rho V(x) - \mu x V'(x) - \frac{1}{2}\sigma^2 x^2 V''(x), V(x) - S(x)\right] = 0 \tag{12}$$

と書き表す。

(12) に含まれる HJB 方程式は解析的に解けないので差分法を適用する。分点 x_i $(i = 1,2,\ldots,m)$ における近似値を V_i として、$V(x)$ の 1 次と 2 次の微分を次式で近似する。

$$V'(x_i) \cong \frac{V_{i+1} - V_i}{\Delta x}$$

$$V''(x_i) \cong \frac{V_{i+1} - 2V_i + V_{i-1}}{(\Delta x)^2}$$

(10) から

$$S_i = \frac{x_i}{\rho - \mu} - I$$

となる。投資の価値を $S = [S_1,S_2,S_3,\ldots,S_m]'$ とする。また (11) の HJB 方程式を

$$\rho V_i = \frac{V_{i+1} - V_i}{\Delta x}\mu x_i + \frac{\sigma^2 x_i^2}{2}\frac{V_{i+1} - 2V_i + V_{i-1}}{(\Delta x)^2}$$

によって近似する。右辺を V_{i-1}, V_i, V_{i+1} について整理すると

$$\rho V_i = A_i V_{i-1} + B_i V_i + C_i V_{i+1} \tag{13}$$

$$A_i = \frac{\sigma^2 x_i^2}{2(\Delta x)^2}$$

$$B_i = -\left(\frac{\mu x_i}{\Delta x} + \frac{\sigma^2 x_i^2}{(\Delta x)^2}\right)$$

$$C_i = \frac{\mu x_i}{\Delta x} + \frac{\sigma^2 x_i^2}{2(\Delta x)^2}$$

となる。これに境界条件 $V_0 = V_1$, $V_m = V_{m+1}$ を課す。$V = [V_1,V_2,V_3,\ldots,V_m]'$ とすると、(13) はベクト

ルと行列を用いて

$$\rho V = PV$$

と表される。P は三重対角行列であり

$$P=\begin{bmatrix} A_1+B_1 & C_1 & & & & & \\ A_2 & B_2 & C_2 & & & \mathbf{0} & \\ & A_3 & B_3 & C_3 & & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & & \\ & \mathbf{0} & & A_{m-2} & B_{m-2} & C_{m-2} & \\ & & & & A_{m-1} & B_{m-1} & C_{m-1} \\ & & & & & A_m & B_m+C_m \end{bmatrix}$$

となる。(12) は

$$\min[\rho V - PV, V - S] = 0$$

によって近似する。この式は

$$(V-S)'(\rho V - PV) = 0$$
$$V - S \geq 0$$
$$\rho V - PV \geq 0$$

と同値である。２番目と３番目の条件は

$$(V_i - S_i)(\rho V_i - (PV)_i) = 0 \quad (i = 1,2,...,m)$$

となることを意味する。ここで $z = V - S,\ Q = \rho I - P,\ u = QS,$ とおくと、上の式は

$$z'(Qz + u) = 0$$
$$z \geq 0 \tag{14}$$
$$Qz + u \geq 0$$

と書ける。これは z に関する線形相補性問題である[2]。この問題は MATLAB のソルバーを使うと簡単に解ける。

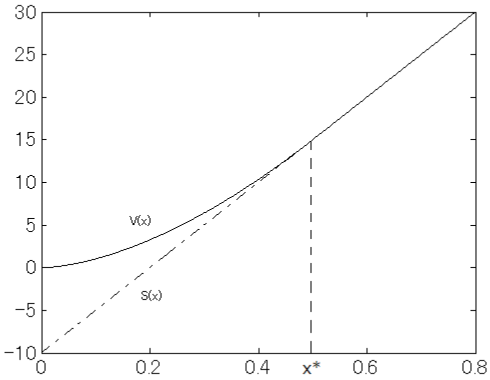
実際にモデルを解いてみよう。パラメータは $\rho = 0.05,\ \mu = 0.03,\ \sigma = 0.03$ で、$I = 10$ とする。区間 [0.01,0.8] に 1,000 の分点をとる。すぐに投資を行うと

$$S(x) = \frac{x}{\rho - \mu} - I = 50x - 10$$

の収益が得られる。図1は数値計算の結果を示している。二つの曲線は $x = 0.4911$ で接している。この場合、臨界値は正確に求めることができる[3]。臨界値は $X^* = 0.5$ であり、接点の値にほぼ等しい。したがって変分不等式の解は最適な投資のタイミングを与える。パラメータを変えると X^* も変化する。しかしパラメータの値によっては (14) は解をもたない。解が存在するためには、Q は半正定値行列でなければならない。ここでは企業収益について幾何ブラウン運動を仮定し

たが、他の確率過程でもかまわない。

図 1 設備投資問題の価値関数



5. 企業の参入・退出問題

5.1 参入・退出モデル

最後に第 2 節で説明した方法を Hopenhayn(1992) の参入・退出モデルに適用する。日本と異なり欧米諸国では企業の参入・退出は珍しいことではない。参入・退出は 1 回限りの決定であり、典型的なタイミングの問題である。しかし離散時間のモデルは扱い難く数値計算の観点から問題が多い。ここでは連続時間のモデルに変更して数値解析を行う。

ある財を生産している産業があり、各企業は与えられた価格と賃金のもとで利潤を最大化している。財に対する（逆）需要関数を $p = D(Q)$ とする。Q は産業全体の生産量である。賃金は $w = W(N)$ で与えられる（N は雇用量）。企業の生産関数を $q = f(z, n)$ とする。q は生産量で n は労働投入であり、z は全要素生産性を表す。利潤は

$$\pi(z, n) = pf(z, n) - wn - c_f$$

で与えられる。ここで c_f は参入に伴う機会費用である。企業は予想利潤の現在価値を最大化する。

$$V(z) = \max_{\tau, n_t}\left[E_0\int_0^{\tau} e^{-\rho t}\pi(z_t, n_t)dt + e^{-\rho\tau}V^*\right]$$

ここで V^* は産業から退出したときのスクラップ価値である。この価値が高いほど退出する企業の割合は高くなる。生産性ショックはつぎの拡散過程に従う。

$$dz_t = \mu(z_t)dt + \sigma(z_t)dW_t,\quad z_0 = z$$

既存の企業は z を観察して産業に留まるか、撤退するか決定する。

期間の長さは Δ で、割引率を $e^{-\rho\Delta} \cong 1 - \rho\Delta$ とする。上の最適化問題に動的計画法を適用すると

$$V(z_t)=\max_{n_t}\pi(z_t,n_t)\Delta+(1-\rho\Delta)E\left[V(z_{t+\Delta})\middle|z_t\right]$$

となる。これより

$$\rho\Delta V(z_t)=\max_{n_t}\pi(z_t,n_t)\Delta+(1-\rho\Delta)\{E[V(z_{t+\Delta})\mid z_t]-V(z_t)\}$$

となり、両辺を Δ で割って Δ → 0 とすると

$$\rho V(z_t)=\max_{n_t}\pi(z_t,n_t)+\frac{E[dV(z_t)\mid z_t]}{dt}$$

$dV(z_t)$ に伊藤の公式を適用すると

$$dV(z_t)=\left(V'(z_t)\mu(z_t)+\frac{1}{2}V''(z_t)\sigma^2(z_t)\right)dt+V'(z_t)\sigma(z_t)dW_t$$

これより

$$E[dV(z_t)\mid z_t]=\left(V'(z_t)\mu(z_t)+\frac{1}{2}V''(z_t)\sigma^2(z_t)\right)dt$$

となり、上の式に代入すると HJB 方程式

$$\rho V(z_t)=\max_{n_t}\pi(z_t,n_t)+V'(z_t)\mu(z_t)+\frac{1}{2}V''(z_t)\sigma^2(z_t) \tag{15}$$

を得る。企業は生産性ショックに基づいて参入・退出を決める。つまり $z^*\leq z\leq 1$ であれば

$$V(z)>V^*,\quad \rho V(z)=\pi(z,n)+V'(z)\mu(z)+\frac{1}{2}V''(z)\sigma^2(z)$$

だから産業に留まる。一方、$0\leq z<z^*$ であれば

$$V(z)=V^*,\quad \rho V(z)\geq\pi(z,n)+V'(z)\mu(z)+\frac{1}{2}V''(z)\sigma^2(z)$$

により退出する。これらの条件は変分不等式

$$\min\left\{\rho V(z)-\pi(z,n)-V'(z)\mu(z)-\frac{1}{2}V''(z)\sigma^2(z),V(z)-V^*\right\}=0 \tag{16}$$

で表すことができる。

一部の企業が退出する一方で新規参入する企業もある。参入企業の全要素生産性は $\chi(z)$ の確率分布にしたがう。参入費用を c_e とする。参入障壁がなければ企業は $E[V(z)]=c_e$ となるまで参入するであろう。しかし参入障壁があればこの条件は成り立たない。かわりに参入率を

$$\alpha=\alpha^*+\beta\left(\int_0^1 V(z)\chi(z)dz-c_e\right) \tag{17}$$

とする。β が大きいほど参入率は高くなる。一般的な条件のもとで初期状態からスタートした産

業は長期的に定常状態に達する。定常状態における生産規模の分布を $g(z)$ とすると

$$-(\mu(z)g(z))'+\frac{1}{2}(\sigma^2(z)g(z))''+\alpha\chi(z)=0 \tag{18}$$

を満たす。

以上の結果をまとめると、長期均衡ではつぎの式が成り立つ。

$$\min\left\{\rho V(z)-\pi(z,n)-V'(z)\mu(z)-\frac{1}{2}V''(z)\sigma^2(z),V(z)-V^*\right\}=0$$

$$-(\mu(z)g(z))'+\frac{1}{2}(\sigma^2(z)g(z))''+\alpha\chi(z)=0 \tag{19}$$

$$\alpha=\alpha^*+\beta\left(\int_0^1 V(z)\chi(z)dz-c_e\right)$$

$$p=D(Q)$$

$$w=W(N)$$

$$Q=\int_0^1 q(z)g(z)dz$$

$$N=\int_0^1 n(z)g(z)dz$$

Hopenhayn(1992) の定理２によると、適当な条件のもとで離散時間のモデルには競争均衡が存在する。連続時間のモデルでも同様の定理が成り立つ。しかし (19) を満たす $V(z)$, $g(z)$, p, w, Q, N を解析的に求めることは難しい。かわりに数値的な方法で近似解を求めた。

5.2 数値解

z の区間を [0,1] として、$S=[z_1, z_2,\ldots, z_m]$ で近似する。$V(z_i)$ と $g(z_i)$ の近似値を V_i, g_i として、$V=[V_1, V_2,\ldots, V_m]'$, $g=[g_1, g_2,\ldots, g_m]'$ とおく。前節の行列 P を用いて (16) の変分不等式は

$$\min[\rho V-PV-\pi,\ V-V^*]=0 \tag{20}$$

と表される。z の上限と下限に対応して、$V(z)$ には境界条件

$$V'(0)=V'(1)=0 \tag{21}$$

を課す。(20) の条件は

$$\begin{aligned}(V-V^*)'(\rho V-PV-\pi)&=0\\ V-V^*&\geq 0\\ \rho V-PV-\pi&\geq 0\end{aligned}$$

と同値である。ここで $x=V-V^*$, $Q=\rho I-P$, $u=-\pi+QV^*$ とすると

$$\begin{aligned}x'(Qx+u)&=0\\ x&\geq 0\\ Qx+u&\geq 0\end{aligned} \tag{22}$$

が成り立つ。これは x に関する線形相補性問題である。x が決まると、$V = x + V^*$ となる。

生産量の分布を調べるために、S を $S_1 = [z_1, z_2,\dots, z_l]$ と $S_2 = [z_{l+1}, z_{l+2},\dots, z_m]$ に分ける。S_1 の領域にある企業は退出し、S_2 の領域では生産を続行する。(18) の一部を修正したコルモゴロフ方程式を

$$\sum_{j=1}^{m} P_{ji} g_j + \alpha\chi_i = 0$$

$$g_j = 0,\ z_j \in S_1 \tag{23}$$

によって近似する。これは行列を用いてつぎのように表される。

$$\left[\begin{array}{c:c} I_{l,l} & 0_{l,m-l} \\ \hdashline \multicolumn{2}{c}{\tilde{P}_{m-l,m-l}} \end{array}\right] \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ g_l \\ g_{l+1} \\ \vdots \\ g_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \\ 0 \\ \alpha\chi_{l+1} \\ \vdots \\ \alpha\chi_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

左辺の行列は正則行列であり、この式から g が決まる。

市場均衡はつぎの手順で計算した。

［ステップ１］ 賃金の初期値 w^0 を与える。

［ステップ２］(1) 価格の初期値 p^0 を定める。

(2) 利潤を最大化する労働投入と生産量および利潤を求める。

(3) 線形相補性問題を解いて価値関数を求める。

(4) (17) の参入率と (23) から g を計算する。

(5) 総生産 Q を計算して新しい価格 p^{k+1} を求める。$|\, p^{k+1} - p^k \,| < \varepsilon$ であれば次のステップ３へ進む。そうでなければ (2) へ戻る。

［ステップ３］ g から N を求めて賃金を変更する。$|\, w^{k+1} - w^k \,| < \varepsilon$ であれば終了し、そうでなければステップ２へ戻る。

このアルゴリズムは２重ループを含んでいるが、それほど計算時間はかからない[4)]。計算にあたって表１に示した関数を用いた。

(17) の係数は $\alpha^* = 0.2,\ \beta = 30$ であり、割引率は $\rho = 0.05$ とする。生産性ショックはつぎの幾何ブラウン運動に従う。

$$dz = -0.01zdt + 0.01zdW$$

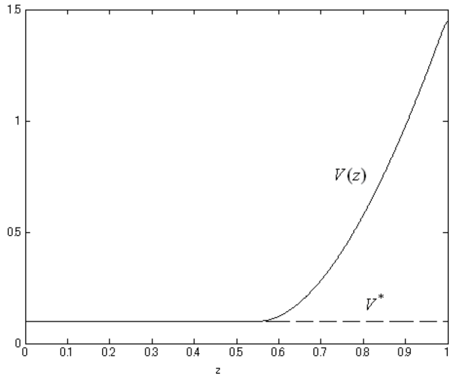
他の確率過程にすると (22) の不等式が解をもたなくなる場合がある。

表１　計算で使用した関数

生産関数	$q = z\sqrt{n}$
逆需要関数	$p = 1/\sqrt{Q}$
労働供給関数	$w = N^{0.6}$
利潤関数	$\pi = pq - wn - 0.05$
参入企業の全要素生産性	$\chi(z) = 1/0.4\ (0.6 \le z \le 1)$

図２は数値計算で求めた価値関数を示している。$0.554 < z \le 1$ の領域では $V(z) > V^*$ となり、退出は起こらない。$0 \le z \le 0.554$ の領域では一部の企業が退出して別の企業が参入してくる。境界点を別途に計算する必要はない。またバリュー・マッチングとスムース・ペースティングの条件は自動的に満たされる。スクラップ価値が低くなると境界値は下がると考えられる。この点を確かめるために $V^* = 0$ として計算すると、境界値は $z = 0.524$ となる。したがってより多くの企業が産業に留まるようになる。固定費用 c_f も参入・退出の決定に影響を与える。固定費用がゼロであれば、退出領域は $0 \le z \le 0.237$ に縮小する。総生産は 1.665 から 3.07 に増加し、財の価格は 0.775 から 0.571 に低下する。同時に賃金は 0.849 から 0.952 に上昇し、雇用量は 0.761 から 0.921 に増加する。

図２　参入・退出企業の価値関数



つぎに図３は生産規模の分布状態を表している。途中で切断されているのは生産性の低い企業は退出するからである。生産は狭い領域に集中している。現在の簡単なモデルを精緻化すればパレート型の分布が得られるかもしれない。図４は全要素生産性と生産量、利潤、および雇用量との関係を示している。生産性の高い企業ほど雇用を拡大し生産と利潤は大きくなる。パラメータの値によって曲線の位置は変わるが、基本的な形は変わらない。

図３　生産規模の分布

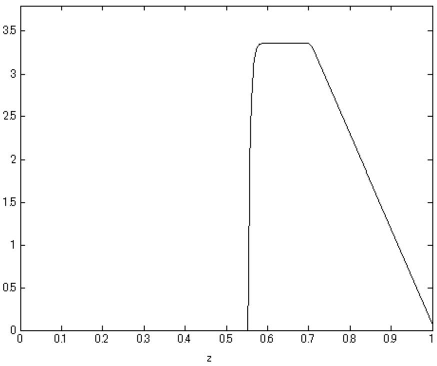
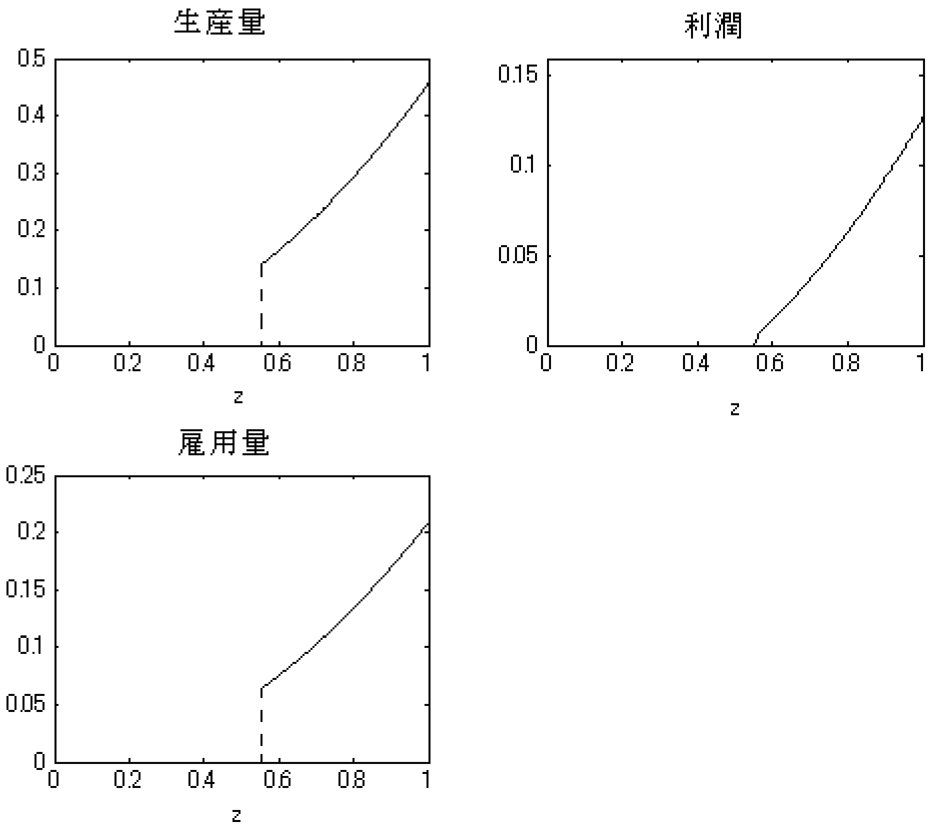


図４　全要素生産性と生産量、利潤、雇用量の関係



6. 結語

特定の行動をとる最適なタイミングを決定する方法は多くの問題に応用されている。ここではアメリカン・オプションと企業の設備投資、および企業の参入・退出の問題に応用した。従来のアプローチと異なり、動的計画法と変分不等式を組み合わせた方法を用いた。この方法の利点はベルマン方程式の解が自動的に得られることである。通常は反復計算して解を求めるがその必要はない。このため市場均衡を求める最後の問題では計算時間を大幅に節約できる。またストッピング・ルールの境界点も得られる。さらにバリュー・マッチング条件やスムース・ペースティング条件を考慮する必要もない。得られた解はこれらの条件を満たしているからである。

注

1) 一般に

$$E\left[\int_0^\infty e^{-\rho t} X^\lambda dt\right] = X^\lambda / [\rho - \mu\lambda - \frac{1}{2}\sigma^2 \lambda(\lambda - 1)]$$

となる。ただし分母は正でなければならない。

2) 正方行列 M とベクトル q が与えられたとき

$$z = Mx + q$$

$$x'z = 0$$

$$x \geq 0,\ z \geq 0$$

を満たす x と z を求める問題を線形相補性問題という。

3) (11) は２階の微分方程式であり、一般解は

$$V(x) = C_1 x^{\lambda_1} + C_2 x^{\lambda_2}$$

となる。$\lambda_1 > 1$, $\lambda_2 < 0$ は特性方程式

$$\frac{1}{2}\sigma^2\lambda^2 + \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\lambda - \rho = 0$$

の根である。$V(0) = 0$ より $C_2 = 0$ でなければならない。バリュー・マッチングとスムース・ペースティング条件により

$$X^* = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - 1}(\rho - \mu)I$$

$$C_1 = \left(\frac{X^*}{\rho - \mu} - I\right)\left(\frac{1}{X^*}\right)^{\lambda_1}$$

となる。パラメータの値を代入すると厳密解は

$$X^* = 0.5,\ V(x) = 47.56x^{1.66}$$

となる。

4) 賃金を一定とすれば計算時間は半分で済むが、労働供給の影響を見るために賃金を内生化した。賃金が変化すれば生産量の変動は小さくなる。

参考文献

Dixit, A. (1993) *The Art of Smooth Pasting*, Routledge.

Hopenhayn, Hugo A. (1992) "Entry, Exit, and Firm Dynamics in Long Run Equilibrium", *Econometrica*, Vol.60, 1127-1150.

Huang, Jacqueline and Jong-Shi Pang. (1998) "Option Pricing and Linear Complementarity", *Journal of Computational Finance*, Vol.2, 31-60.

Oksendal, B. (1995) *Stochastic Differential Equations:An Introduction with Applications*, Springer（谷口説男訳『確率微分方程式』丸善出版、2012）

Stokey, N. L. (2008) *The Economics of Inaction:Stochastic Control Models with Fixed Costs*, Princeton University Press.

異質的主体モデルの最適制御（計算経済学の研究その20）

Heterogeneous Agents and Optimal Control

釜　　国男*
Kunio KAMA

最適制御理論はさまざまな経済問題に応用されている。マクロ経済学の分野では経済成長論への応用が重要である。古くはラムゼイによる動学的な資源配分問題への応用がある。サムエルソンとソローは古典的な変分法を用いて最適資本蓄積の理論を展開した。変分法の他にも最大値原理や動的計画法などが使われている。理論的な研究だけでなくマクロ計量経済モデルにも応用されており、一部の国は現実の政策決定に利用している。マクロ経済学ではこれまで同質的主体のモデルが使われてきた。しかし最近、異質的主体モデルを使った研究が増えている。これは経済格差の問題に対する関心が高まっていることを反映している。また経済成長や安定化政策の問題でも経済主体の異質性が重要な役割を果たしているからである。初期の研究として Bewley (1986)、Huggett (1993)、Aiyagari (1994)、Krusell and Smith (1998) などがあげられる[1)]。いまでは標準的不完備市場モデルが共通の土台として広く受け入れられている。これはケインジアンの IS=LM モデルに相当する基本的なモデルである。ただし、これまでのところポジティブな分析に限られ規範的な分析はほとんど手が付けられていない[2)]。これにはいくつかの理由があるが、理論的な方法が確立されていないことが最大の理由である。最近、Nuno and Moll (2018) は異質的主体モデルの最適制御法を提案している。本稿の目的はその方法を説明して標準的な不完備市場モデルに適用することである。

1. 競争均衡

多くの消費者が区間 [0,1] に一様に分布しており、つねに死亡する可能性がある。1期間当たりの死亡率を η とする。死亡すれば新しい消費者が生まれて人口は一定に保たれる。状態変数 $X(t)$ はつぎの伊藤過程に従う。

$$dX(t) = b(X(t), \mu(t, X(t)), Z(t))dt + \sigma(X(t))dW(t) \tag{1}$$

$$X(0) = x_0$$

ここで $\mu \in M \subset R^m$ は政策変数で、 $Z(t) \in R^p$ は集計量である。$b(\cdot)$ と $\sigma(\cdot)$ がつぎの条件を満た

* 創価大学名誉教授

すと、上の確率微分方程式には唯一の解がある。

［条件］すべての $x, x' \in R^n$, $\mu, \mu' \in M$, $Z, Z' \in R^p$ に対して

$$|b(x,\mu,Z) - b(x',\mu',Z)| \le K(|x-x'| + |\mu-\mu'| + |Z-Z'|)$$

$$|\sigma(x) - \sigma(x')| \le K|x-x'|$$

となる $K>0$ が存在する。

消費者は期待効用の現在価値

$$J(t,x,\mu) = E\left[\int_0^\infty e^{-(\rho+\eta)(s-t)} u(X(s),\mu(s))ds \mid X(t)=x\right]$$

を最大化する。$u(x,\mu)$ は狭義単調増加関数であり、主観的割引率 $\rho>0$ は一定とする。関数 $V(t,x)$ をつぎのように定義しておく。

$$V(t,x) = \max_u J(t,x,u) \tag{2}$$

横断性条件は

$$\lim_{t\to\infty} e^{-\rho t} V(t,x) = 0 \tag{3}$$

である。

上の最大化問題の解はつぎの HJB 方程式を満たす。

$$\rho V = \frac{\partial V}{\partial t} + \max_\mu \{u(x,\mu) + AV\} \tag{4}$$

右辺の A は微分作用素であり

$$AV = \sum_{i=1}^n b_i(x,\mu,Z)\frac{\partial V}{\partial x_i} + \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{(\sigma(x)\sigma(x)')_{i,k}}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial x_i \partial x_k} - \eta V \tag{5}$$

となる。新たに生まれた消費者の状態変数の分布を $\psi(x)$ とする。また $t=0$ における既存の消費者の状態変数の分布を $g_0(x)$ とする。$g(t,x)$ は時間的に変化し、つぎのコルモゴロフ方程式を満たす。

$$\frac{\partial g}{\partial t} = A^* g + \eta\psi \tag{6}$$

$$\int g(t,x)dx = 1 \tag{7}$$

A^* は A の共役作用素であり

$$A^* g = -\sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i}[b_i(x,\mu,Z)g(t,x)] + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_k}\left[(\sigma(x)\sigma(x)')_{i,k}\, g(t,x)\right] - \eta g \tag{8}$$

となる。右辺の第１項はドリフトによる変化に対応し、第２項はボラティリティによる変化、第３項は死亡による分布の変化を表している。

つぎのように集計量を定義する。

$$Z_k(t) = \int f_k(x,\mu) g(t,x) dx\ ,\ k = 1,\ldots,p \tag{9}$$

これらの集計量は市場均衡式に現れる。

つぎの３つの条件を満たす関数 $V(t,x),\ \mu(t,x),\ g(t,x), Z(t)$ によって市場均衡を定義する。

(1) $Z(t)$ が与えられたとき、$V(t,x)$ は HJB 方程式を満たし $\mu(t,x)$ は最適解である。

(2) $\mu(t,x)$ と $Z(t)$ が与えられたとき、$g(t,x)$ はコルモゴロフ方程式を満たす。

(3) $\mu(t,x)$ と $g(t,x)$ が与えられたとき、$Z(t)$ は市場均衡条件を満たす。

適当な条件のもとで唯一の解が存在するが、解析的な方法は役に立たない。次善の方法として数値計算を行って近似解を求める。

2. 最適制御

なんらかの理由で市場が存在しないか、存在しても不完全であれば、競争均衡は非効率的な資源配分をもたらす。このような場合、最適資源配分を実現する一つの方法は政府による市場介入である。通常は税制や社会保障制度を通じて所得の再分配を行うが、ここでは消費を直接制御して社会的厚生

$$U^{opt} = \int_0^\infty e^{-\rho t}\left[\int w(t,x) u(x,\mu) g(t,x) dx\right] dt$$

を最大化する方法を探る。平等主義の立場からウエイトは $w(t,x) = 1$ とする。要約すると、計画当局は (6) と (9) の制約のもとで

$$J(g(0,x)) \equiv \max_{\mu(t,x)} U^{opt}(g(0,x)) \tag{10}$$

を最大化する。通常の動的計画法では資産などの変数が状態変数となるが、この場合は資産と労働生産性の確率密度関数が状態変数となる。このため無限次元の最大化問題を解かなければならない。この問題に関してつぎの命題が成り立つ。

［命題１］

(10) の問題に解があり $e^{-\rho t}\mu,\ e^{-\rho t}g \in L^2([0,\infty) \times R^n), e^{-\rho t}Z \in L^2[0,\infty)$ であれば

$$J(g(0,x)) = \int j(0,x) g(0,x) dx + \eta \int_0^\infty e^{-\rho t}\left[\int j(t,x)\psi(x) dx\right] dt \tag{11}$$

となる。ここで $j(x,t)$ は HJB 方程式

$$\rho j = \frac{\partial j}{\partial t} + \max_{\mu}\left\{ w(t,x)u(x,\mu) + \sum_{k=1}^{p} \lambda_k(t)[f_k(x,\mu) - Z_k(t)] + Aj \right\} \tag{12}$$

$$\lim_{t\to\infty} e^{-\rho t} j(t,x) = 0 \tag{13}$$

の解である。ラグランジュ乗数 $\lambda_k(t)$ は

$$\lambda_k(t) = \sum_{i=1}^{n} \int \frac{\partial j}{\partial x_i}\frac{\partial b_i}{\partial Z_k} g(t,x)dx \tag{14}$$

で与えられる。

Nuno and Moll (2018) を参考にしてこの命題を証明しよう。はじめにいくつかの概念について説明しておく必要がある。関数解析では

$$\int_{\Phi} e^{-\rho t} \mid f \mid^2 dx < \infty$$

となる関数の集合を $L^2(\Phi)$ と表し、二つの関数 u, g の内積を

$$\langle u,\ g \rangle_{\Phi} = \int_{\Phi} ugdx$$

と定義する。$L^2(\Phi)$ はヒルベルト空間である[3)]。社会的厚生は

$$\int_{\Phi} e^{-\rho t} w(t,x)u(x,\mu)g(t,x)dxdt = \left\langle e^{-\rho t} wu, g \right\rangle_{\Phi}$$

と表される。制約条件のついた計画問題のラグランジュ関数を

$$L(g,\mu_1,..,\mu_m,Z_1,..,Z_p) = \left\langle e^{-\rho t} wu, g \right\rangle_{\Phi} + \left\langle j, e^{-\rho t}\left(-\frac{\partial g}{\partial t} + A^* g + \eta\psi \right) \right\rangle_{\Phi}$$
$$+ \sum_{k=1}^{p} \left\langle \lambda_k, e^{-\rho t}(f_k - Z_k)g \right\rangle_{\Phi} \tag{15}$$

とする。ここで $e^{-\rho t}\lambda_k \in L^2[0,\infty)$ はラグランジュ乗数である。$g, \mu_1, ..., \mu_m, Z_1, ..., Z_p$ に関するガトー微分をゼロとおけば、最適解の必要条件が得られる[4)]。便宜上、(15) の第２項をつぎのように変形しておく。

$$\left\langle j, e^{-\rho t}\left(-\frac{\partial g}{\partial t} + A^* g + \eta\psi \right) \right\rangle_{\Phi} = \int_0^{\infty}\int e^{-\rho t} j(t,x)\left(-\frac{\partial g}{\partial t} + A^* g + \eta\psi \right)dxdt$$

$$= -\int e^{-\rho t} j(t,x)g(t,x)\Big|_0^{\infty} dx + \int_0^{\infty}\int e^{-\rho t}\left(\frac{\partial j}{\partial t} - \rho j(t,x) \right) gdxdt$$

$$+ \eta \int_0^{\infty}\int e^{-\rho t} j(t,x)\psi(t,x)dxdt + \left\langle e^{-\rho t} Aj, g \right\rangle_{\Phi}$$

$$= -\lim_{T\to\infty}\int e^{-\rho T} j(T,x)g(T,x)dx + \int j(0,x)g(0,x)dx$$

$$+\eta\int_0^\infty\int e^{-\rho t} j(t,x)\psi(t,x)dxdt + \left\langle e^{-\rho t}\left(\frac{\partial j}{\partial t} - \rho j + Aj\right), g \right\rangle_\Phi$$

ただし $\left\langle j, A^* g\right\rangle = \left\langle Aj, g\right\rangle$ である。

L の g に関する h 方向のガトー微分は

$$\frac{\partial}{\partial\alpha}\left\langle e^{-\rho t} wu, g+\alpha h\right\rangle_\Phi\Big|_{\alpha=0} + \frac{\partial}{\partial\alpha}\left\langle e^{-\rho t}\left(\frac{\partial j}{\partial t} - \rho j + Aj\right), g+\alpha h \right\rangle_\Phi\Big|_{\alpha=0}$$

$$-\lim_{T\to\infty}\frac{\partial}{\partial\alpha}\int e^{-\rho T} j(T,x)(g(T,x)+\alpha h(T,x))dx\Big|_{\alpha=0}$$

$$+\frac{\partial}{\partial\alpha}\sum_{k=1}^{p}\left\langle e^{-\rho t}\lambda_k, (f_k - Z_k)(g+\alpha h)\right\rangle_\Phi\Big|_{\alpha=0}$$

$$= \left\langle e^{-\rho t} wu, h\right\rangle_\Phi + \left\langle e^{-\rho t}\left(\frac{\partial j}{\partial t} - \rho j + Aj\right), h \right\rangle_\Phi$$

$$-\lim_{T\to\infty}\int e^{-\rho T} j(T,x)h(T,x)dx + \sum_{k=1}^{p}\left\langle e^{-\rho t}\lambda_k, (f_k - Z_k)h\right\rangle_\Phi$$

となる。ここで $g(0,x)$ は無視してもかまわない。これは任意の $h(t,x)$ に対してゼロとなるので

$$\rho j = \frac{\partial j}{\partial t} + wu + \sum_{k=1}^{p}\lambda_k(f_k - Z_k) + Aj \tag{16}$$

$$\lim_{T\to\infty} e^{-\rho T} j(T,x) = 0 \tag{17}$$

が成り立つ。(16) は計画当局の HJB 方程式である。

μ_j については

$$\frac{\partial}{\partial\alpha}\left\langle e^{-\rho t} wu(x,\mu_1,..,\mu_j+\alpha h,..,\mu_m), g\right\rangle_\Phi\Big|_{\alpha=0}$$

$$+\frac{\partial}{\partial\alpha}\left\langle e^{-\rho t}\left(\frac{\partial j}{\partial t} - \rho j + A_{(\mu_j+\alpha h)} j\right), g \right\rangle_\Phi\Big|_{\alpha=0}$$

$$+\frac{\partial}{\partial\alpha}\sum_{k=1}^{p}\left\langle e^{-\rho t}\lambda_k, \left(f_k\left(x,\mu_1,..,\mu_j+\alpha h,..,\mu_m\right) - Z_k\right)g \right\rangle_\Phi\Big|_{\alpha=0} \tag{18}$$

となる。ここで

$$A_{(\mu_j+\alpha h)}j=\sum_{i=1}^{n}b_i(x,\mu_1,..,\mu_j+\alpha h,..,\mu_m,Z)\frac{\partial j}{\partial x_i}+\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\frac{(\sigma(x)\sigma(x)')_{i,k}}{2}\frac{\partial^2 j}{\partial x_i\partial x_k}-\eta j$$

である。(18) をゼロとおいて μ を求めると

$$\mu=\arg\max_{\tilde{\mu}}\left\{wu(x,\tilde{\mu})+\sum_{k=1}^{p}\lambda_k f_k(x,\tilde{\mu})+A_{\tilde{\mu}}j\right\} \tag{19}$$

となる。

集計量に関するガトー微分は

$$\frac{\partial}{\partial\alpha}\left\langle e^{-\rho t}j,A^*_{(Z_k+\alpha h)}g\right\rangle_\Phi\Big|_{\alpha=0}+\frac{\partial}{\partial\alpha}\left\langle e^{-\rho t}\lambda_k,(f_k-(Z_k+\alpha h))g\right\rangle_\Phi\Big|_{\alpha=0} \tag{20}$$

となる。ただし

$$A^*_{(Z_k+\alpha h)}g=-\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial}{\partial x_i}\left[b_i(x,\mu,Z_1,..,Z_k+\alpha h,..,Z_p)g\right]$$
$$+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\frac{\partial^2}{\partial x_i\partial x_k}\left[(\sigma(x)\sigma(x)')_{i,k}g\right]-\eta g$$

である。(20) はつぎのように書ける。

$$\frac{\partial}{\partial\alpha}\int_0^\infty\int e^{-\rho t}\left\{j(t,x)\left(-\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial}{\partial x_i}[b_i(x,\mu,Z_1,..,Z_k+\alpha h,..,Z_p)g(t,x)]\right)-\lambda_k(t)(Z_k+\alpha h)g(t,x)\right\}dxdt\Big|_{\alpha=0}$$

α で微分して極限値を計算すると

$$-\int_0^\infty e^{-\rho t}h(t)\left\{\int j(t,x)\left(\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{\partial^2 b_i}{\partial Z_k\partial x_i}g(t,x)+\sum_{j=1}^{m}\frac{\partial^2 b_i}{\partial Z_k\partial\mu_j}\frac{\partial\mu_j}{\partial x_i}g(t,x)+\frac{\partial b_i}{\partial Z_k}\frac{\partial g}{\partial x_i}\right]\right)dx+\lambda_k(t)\right\}dt$$

となる。これは任意の $h(t)$ についてゼロとなるので

$$\lambda_k(t)=-\int j(t,x)\left\{\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{\partial^2 b_i}{\partial Z_k\partial x_i}g(t,x)+\sum_{j=1}^{m}\frac{\partial^2 b_i}{\partial Z_k\partial\mu_j}\frac{\partial\mu_k}{\partial x_i}g(t,x)+\frac{\partial b_i}{\partial Z_k}\frac{\partial g}{\partial x_i}\right]\right\}dx$$

部分積分により

$$\lambda_k(t)=\sum_{i=1}^{n}\int\frac{\partial j}{\partial x_i}\frac{\partial b_i}{\partial Z_k}g(t,x)dx \tag{21}$$

を得る。

つぎに (16) の両辺に $e^{-\rho t}g(t,x)$ を掛けて積分すると

$$\int_0^\infty\int\rho e^{-\rho t}jgdxdt=\int_0^\infty\int e^{-\rho t}\left(\frac{\partial j}{\partial t}+wu+\sum_{k=1}^{p}\lambda_k(f_k-Z_k)+Aj\right)gdxdt$$

ここで

$$\int_0^\infty e^{-\rho t} g \frac{\partial j}{\partial t} dt = e^{-\rho t} \ g(t,x) j(t,x) |_0^\infty - \int_0^\infty j \frac{\partial}{\partial t}(e^{-\rho t} \ g) dt$$

$$= -g(0,x) j(0,x) + \int_0^\infty e^{-\rho t} \rho j g dt - \int_0^\infty e^{-\rho t} j \frac{\partial g}{\partial t} dt$$

となる。市場均衡条件と、A^* は A の共役作用素であることから

$$\int g(0,x) j(0,x) dx = \int_0^\infty \int e^{-\rho t} wugdxdt + \int_0^\infty \int e^{-\rho t} j \left(-\frac{\partial g}{\partial t} + A^* g \right) dxdt$$

となる。また (6) から

$$\int_0^\infty \int e^{-\rho t} j \left(-\frac{\partial g}{\partial t} + A^* g \right) dxdt = -\eta \int_0^\infty \int j(t,x) \psi(x) dxdt$$

以上の結果、社会的厚生は

$$J(g(0,x)) = \int_0^\infty \int e^{-\rho t} w(t,x) u(t,x) g(t,x) dxdt$$

$$= \int j(0,x) g(0,x) dx + \eta \int_0^\infty \int e^{-\rho t} j(t,x) \psi(t,x) dxdt$$

と表される。

(4) と (12) を比較するとわかるように

$$\sum_{i=1}^n \int \frac{\partial V}{\partial x_i} \frac{\partial b_i}{\partial Z_k} g(t,x) dx = 0$$

であれば競争均衡は社会的な最適資源配分をもたらす。したがって競争均衡を求めてラグランジュ乗数を計算すれば最適状態であるかどうか判定できる。

3. 不完備市場モデルへの応用

3.1 モデル

命題 1 は一般的に成り立つ命題であり、一例としてアイヤガリモデルに適用してみよう。消費者は予算制約のもとで

$$U = E_0 \int_0^\infty e^{-(\rho+\eta)t} u(c(t)) dt \tag{22}$$

を最大化する。ただし効用関数は

$$u(c) = \frac{c^{1-\gamma}}{1-\gamma} \quad (\gamma > 1) \tag{23}$$

とする。予算制約は

$$da_t = [w_t z_t + (r_t + \eta)a_t - c_t]dt = s(a_t, w_t, z_t, r_t, c_t)dt \tag{24}$$

である。a_t は資産で w_t は実質賃金、z_t は効率労働、r_t は実質利子率である。借入制約

$$a_t \geq -\phi \quad (\phi \geq 0) \tag{25}$$

も満たさなければならない。

労働供給はつぎの確率過程に従う。

$$dz_t = \theta(\bar{z} - z_t)dt + \sigma dW_t \ , \ (z_1 \leq z_t \leq z_2) \tag{26}$$

$\theta > 0$ で $E[z_t] = 1$ とする。

代表的企業は資本と労働を用いて財・サービスを生産する。生産関数は $Y = AK^{\alpha}L^{1-\alpha}$ とする。完全競争を仮定すると実質賃金と利子率は

$$w_t = (1-\alpha)\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha}$$

$$r_t = \alpha\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha-1} - \delta \tag{27}$$

となる。

資産と労働供給の分布はつぎのコルモゴロフ方程式を満たす。

$$\frac{\partial g}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial a}(s(a,w,z,r,c)g) - \frac{\partial}{\partial z}(\theta(\bar{z} - z)g) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial z^2}(\sigma^2 g) - \eta g + \eta\delta_0 \tag{28}$$

右辺の $-\eta g$ は死亡による人口の減少で、$\eta\delta_0 = \eta\delta(a)\delta(\bar{z} - z)$ は新たに生まれた消費者である。$\delta(\cdot)$ はディラックのデルタ関数を表す。規格化の条件

$$\int\int_{z_1}^{z_2} g(t,a,z)dzda = 1$$

も満たさなければならない。

資本市場の均衡条件は

$$K_t = \int\int_{z_1}^{z_2} ag(t,a,z)dzda \tag{29}$$

である。

3.2 競争均衡

消費者は (24) と (26) を考慮して (22) の U を最大化する。HJB 方程式は

$$(\rho+\eta)V=\max_{c\geq 0, a\geq -\varphi}\left[\frac{c^{1-\gamma}}{1-\gamma}+s(a,w,z,r,c)\frac{\partial V}{\partial a}+\theta(\bar{z}-z)\frac{\partial V}{\partial z}+\frac{\sigma^2}{2}\frac{\partial^2 V}{\partial z^2}+\frac{\partial V}{\partial t}\right] \tag{30}$$

となる。競争均衡ではつぎの条件が満たされる。

(1) K が与えられたとき、V は (30) の解で c は最適消費となる。

(2) K と c が与えられたとき、g はコルモゴロフ方程式を満たす。

(3) K と g は資本市場を均衡させる。

モデルを解析的に解くことは難しい。このため数値計算を行って近似解を求めることにした。いくつかの方法があるが、ここでは差分法を用いる。はじめに状態変数を $a=\{a_1,\ldots,a_I\}$ と $z=\{z_1,\ldots,z_J\}$ によって近似して、$V_{i,j}=V(a_i,z_j)\,(i=1,\ldots,I,\ j=1,\ldots,J)$ とする。Value function の資産に関する微分を

$$前進差分: \frac{\partial V(a_i,z_j)}{\partial a}\approx \partial_{a,F}V_{i,j}\equiv\frac{V_{i+1,j}-V_{i,j}}{\Delta a}$$

$$後退差分: \frac{\partial V(a_i,z_j)}{\partial a}\approx \partial_{a,B}V_{i,j}\equiv\frac{V_{i,j}-V_{i-1,j}}{\Delta a}$$

によって近似する。貯蓄が正であれば前進差分を用い、負であれば後退差分とする。労働効率については

$$\frac{\partial V(a_i,z_j)}{\partial z}\approx \partial_{z}V_{i,j}\equiv\frac{V_{i,j+1}-V_{i,j}}{\Delta z}$$

$$\frac{\partial^2 V(a_i,z_j)}{\partial z^2}\approx \partial_{zz}V_{i,j}\equiv\frac{V_{i,j+1}+V_{i,j-1}-2V_{i,j}}{(\Delta z)^2}$$

とする。定常状態では (30) は

$$(\rho+\eta)V=u(c)+(wz+(r+\eta)a-c)\frac{\partial V}{\partial a}+\theta(\bar{z}-z)\frac{\partial V}{\partial z}+\frac{\sigma^2}{2}\frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$$

$$c=(u')^{-1}\left(\frac{\partial V}{\partial a}\right)$$

となる。これを次式で近似する。

$$\frac{V_{i,j}^{n+1}-V_{i,j}^{n}}{\Delta}+\rho V_{i,j}^{n+1}=u(c_{i,j}^{n})+\partial_{a,F}V_{i,j}^{n+1}(s_{i,j,F}^{n})^{+}+\partial_{a,B}V_{i,j}^{n+1}(s_{i,j,B}^{n})^{-}$$

$$+\theta(\bar{z}-z_j)\partial_z V_{i,j}^{n+1}+\frac{\sigma^2}{2}\partial_{zz}V_{i,j}^{n+1}-\eta V_{i,j}^{n+1}$$

ここで

$$(s_{i,j,F}^n)^+=\max\{s_{i,j,F}^n,0\}\quad,\quad(s_{i,j,B}^n)^-=\min\{s_{i,j,B}^n,0\}$$

$$s_{i,j,F}^n=wz_j+(r+\eta)a_i-(u')^{-1}(\partial_{a,F}V_{i,j}^n)$$

$$s_{i,j,B}^n=wz_j+(r+\eta)a_i-(u')^{-1}(\partial_{a,B}V_{i,j}^n)$$

である。$V_{i-1,j}^{n+1},V_{i,j}^{n+1},V_{i+1,j}^{n+1},V_{i,j-1}^{n+1},V_{i,j+1}^{n+1}$ について整理すると

$$\frac{V_{i,j}^{n+1}-V_{i,j}^n}{\Delta}+\rho V_{i,j}^{n+1}=u(c_{i,j}^n)+V_{i-1,j}^{n+1}\xi_{i,j}+V_{i,j}^{n+1}\varsigma_{i,j}+V_{i+1,j}^{n+1}\chi_{i,j}+V_{i,j-1}^{n+1}\beta+V_{i,j+1}^n\varphi_j \tag{31}$$

となる。ただし右辺の係数は

$$\xi_{i,j}=-\frac{(s_{i,j,B}^n)^-}{\Delta a}$$

$$\zeta_{i,j}=-\frac{(s_{i,j,F}^n)^+}{\Delta a}+\frac{(s_{i,j,B}^n)^-}{\Delta a}-\frac{\theta(\bar{z}-z)}{\Delta z}-\frac{\sigma^2}{(\Delta z)^2}-\eta$$

$$\chi_{i,j}=\frac{(s_{i,j,F}^n)^+}{\Delta a}$$

$$\beta=\frac{\sigma^2}{2(\Delta z)^2}$$

$$\varphi_j=\frac{\sigma^2}{2(\Delta z)^2}+\frac{\theta(\bar{z}-z_j)}{\Delta z}$$

である。$V^n=[V_{1,1}^n.....V_{N,1}^n\ V_{1,2.}^n....V_{N,2}^n..........V_{1,M}^n......V_{N,M}^n]$,

$u^n=[u(c_{1,1}^n),...,u(c_{N,1}^{nn}),u(c_{1,2}^n),...,u(c_{N,2}^n),...,u(c_{1,M}^n),...,u(c_{N,M}^n)]$とすると、(31) は

$$\frac{V^{n+1}-V^n}{\Delta}+\rho V^{n+1}=u^n+A^nV^{n+1} \tag{32}$$

と書き表される。ただし A^n は (31) の係数を要素とする行列である。資本ストックが与えられると、つぎのステップで HJB 方程式の解を求める。

［ステップ１］ $V_{i,j}^0=u(wz_j+ra_i)/\rho$, $n=0$とする。

［ステップ２］ $\partial_{a,F}V_{i,j}^n$, $\partial_{a,B}V_{i,j}^n$, $\partial_z V_{i,j}^n$, $\partial_{zz}V_{i,j}^n$を求める。

［ステップ３］ $c_{i,j}^n$ を計算する。

［ステップ４］(32) から $V_{i,j}^{n+1}$を計算する。

［ステップ５］$V_{i,j}^{n+1}\cong V_{i,j}^n$であれば終了する。そうでなければ $n\leftarrow n+1$ としてステップ２へ戻る。

定常状態において (28) は

$$0 = -\frac{\partial}{\partial a}[(wz + (r+\eta)a - c)g] - \frac{\partial}{\partial z}[\theta(\bar{z} - z)g] + \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial z^2}(\sigma^2 g) - \eta g + \eta\delta_0$$

$$\int g(a,z)dadz = 1$$

と書ける。この式を

$$0 = -\frac{g_{i,j}(s^n_{i,j,F})^+ - g_{i-1,j}(s^n_{i-1,j,F})^+}{\Delta a} - \frac{g_{i+1,j}(s^n_{i+1,j,B})^- - g_{i,j}(s^n_{i,j,B})^-}{\Delta a}$$

$$-\frac{g_{i,j}\theta(\bar{z} - z_j) - g_{i,j-1}\theta(\bar{z} - z_{j-1})}{\Delta z} + \frac{g_{i,j+1}\sigma^2 + g_{i,j-1}\sigma^2 - 2g_{i,j}\sigma^2}{2(\Delta z)^2} - \eta g_{i,j} + \eta\delta_0$$

または

$$g_{i-1,j}\chi_{i-1,j} + g_{i+1,j}\xi_{i+1,j} + g_{i,j}\zeta_{i,j} + g_{i,j+1}\beta + g_{i,j-1}\varphi_{i-1} = -\eta\delta_0 \tag{33}$$

によって近似する。これは $g_{i,j}$ に関する連立 1 次方程式であり、(31) のように反復計算する必要はない。最後に

$$\hat{g}_{i,j} = \frac{g_{i,j}}{\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J} g_{i,j}\Delta a\Delta z}$$

と規格化する。

モデルのパラメータは α = 0.36, γ = 2, ρ = 0.05, δ = 0.08, η = 0.02, θ = 0.4, σ^2 = 0.4 とした。労働生産性と資産は $0.2 \le z \le 1.8$, $0 \le a \le 80$ の区間にとり、それぞれ 100 と 30 の分点で近似する。数値計算の結果、均衡利子率は r^* = 5.61%、実質賃金は w^* = 1.106、資本ストックは K^* = 4.570、総生産は Y^* = 1.728、総消費は C^* = 1.324 となる。割引率と死亡率の和は $\rho + \eta$ = 0.076 であり利子率より高い。社会的効用

$$U_{social} = \frac{1}{(\rho+\eta)}\int\int_{z_1}^{z_2} u(c)g(a,z)dzda$$

を計算すると、U_{social} = –12.506 となる。所得のジニ係数は 0.828 と高く所得分配はかなり不平等である。図 1 は消費の決定式を示している。資産や労働生産性が上昇すると、所得の増加で消費は拡大する。図 2 は資産と労働生産性の分布である。狭い領域に分布しており、一部の消費者は借入限度に直面している。η = 0 であれば死亡のリスクはなくなり貯蓄と資本は増加すると予想される。実際に計算してみると、K^* = 5.202, r^* = 4.53%, w^* = 1.159 となる。予想通り資本は増加して実質賃金は上昇し、実質利子率は低下する。

図１　消費の決定式

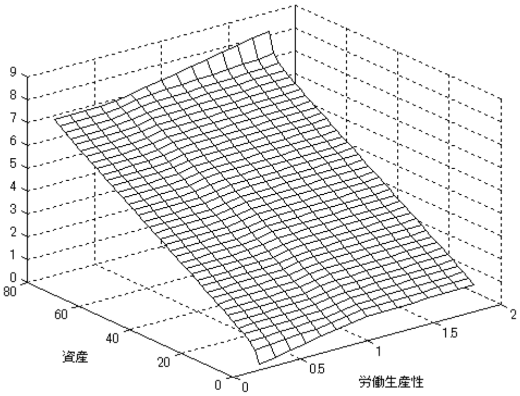
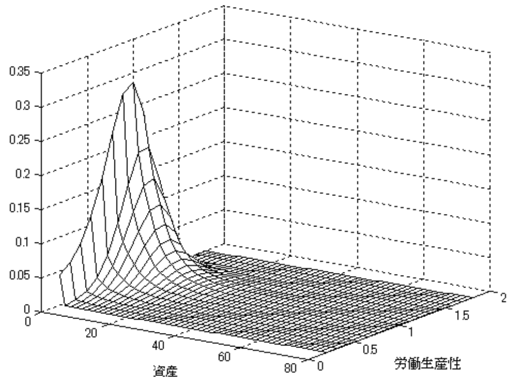


図２　資産と労働生産性の分布



3.3 制御した場合

計画当局は (27)–(29) の制約のもとで

$$J(g(0,a,z)) = \max_{c(t,a,z)} \int \int_{z_1}^{z_2} e^{-(\rho+\eta)t} u(c) g(t,a,z) dadzdt \tag{34}$$

を最大化する。動的計画法を適用するとHJB方程式は

$$(\rho+\eta) j = \max_{c \geq 0, a \geq -\phi} \left[\frac{c^{1-\lambda}}{1-\gamma} + \lambda(a - K(t)) + s(a,w,z,r,c)\frac{\partial j}{\partial a} + \theta(\bar{z} - z)\frac{\partial j}{\partial z} + \frac{\sigma^2}{2}\frac{\partial^2 j}{\partial z^2} + \frac{\partial j}{\partial t} \right] \tag{35}$$

となる。ラグランジュ乗数は

$$\lambda(t) = \int \int_{z_1}^{z_2} \frac{\partial j}{\partial a} \left(\frac{\partial r}{\partial K} a + \frac{\partial w}{\partial K} z \right) g(t,a,z) dzda$$

$$= -\frac{\alpha(1-\alpha)}{K(t)^{2-\alpha}} \int \int_{z_1}^{z_2} \frac{\partial j}{\partial a}(a - K(t)z) g(t,a,z) dz da \tag{36}$$

である。$\lambda(t) = 0$ であれば消費者と計画当局の value function は一致する。

この場合も数値計算で近似解を求めた。HJB 方程式の近似式は (32) の右辺に $\lambda(a_i - K)$ を加えた式である。つぎのアルゴリズムを実行する。

［ステップ１］ $\lambda = \lambda_0$, $m = 0$ とする。

［ステップ２］ $K = K_0$, $w_0 = (1-\alpha)K_0^{\alpha}$, $r_0 = \alpha K_0^{\alpha-1} - \delta_K$, $n = 0$ とする。

［ステップ３］ 前節のアルゴリズムを実行して、総資本 $S_n = \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J} a_i g_{i,j} \Delta a \Delta z$ を求める。

［ステップ４］ $K_{n+1} = \tau S_n + (1-\tau)K_n$, $0 < \tau < 1$ を計算する。$K_{n+1} \cong K_n$ であれば終了し、そうでなければ $n \leftarrow n + 1$ として収束するまで繰り返し計算する。得られた解 j^m, g^m, K^m から

$$\mu_{m+1} = -\frac{\alpha(1-\alpha)}{(K^m)^{2-\alpha}} \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J} \left[a_i \frac{j_{i+1,j}^m - j_{i,j}^m}{\Delta a} - K^m z_j \frac{j_{i+1,j}^m - j_{i,j}^m}{\Delta a} \right] g_{i,j}^m \Delta z \Delta a$$

を計算する。

［ステップ５］ $|\mu_{m+1} - \lambda_m| \le \varepsilon$ であれば終了し、そうでなければ

$\lambda_{m+1} = \omega \mu_{m+1} + (1-\omega)\lambda_m$, $m \leftarrow m + 1$ としてステップ２へ戻る。

計算の結果、ラグランジュ乗数は $\lambda^* = 0.0269$、利子率は $r^* = -0.84\%$、実質賃金は $w^* = 1.588$、資本ストックは $K^* = 12.478$、総生産は $Y^* = 2.481$、総消費は $C^* = 1.396$ となる[5)]。$\lambda^* > 0$ であり競争均衡は社会的にみて最適状態ではない。消費を直接制御すると、社会的効用は $U_{social} = -10.278$ に改善する。また所得のジニ係数は 0.718 と若干低くなる。資本ストックは大幅に増加して消費、総生産、実質賃金も増加し実質利子率は低下する。消費者の貯蓄は総資本と賃金、利子率を通じて他の消費者に影響を与える。この外部効果を消費の決定にあたって考慮すれば社会的効用は高くなる。図３と図４は消費の決定式と状態変数の分布である。資産と労働生産性は所得を通じて消費を増加させる。このため消費は資産と生産性の増加関数となる。図２と同様に一部の消費者は借入制約に直面している。借入限度が引き上げられると、これらの消費者は消費支出を大幅に拡大する。

図３　消費の決定式（制御した場合）

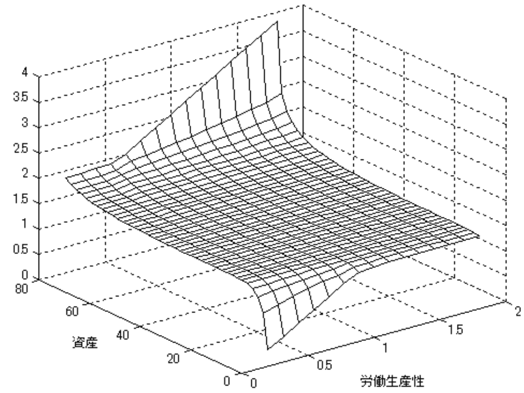
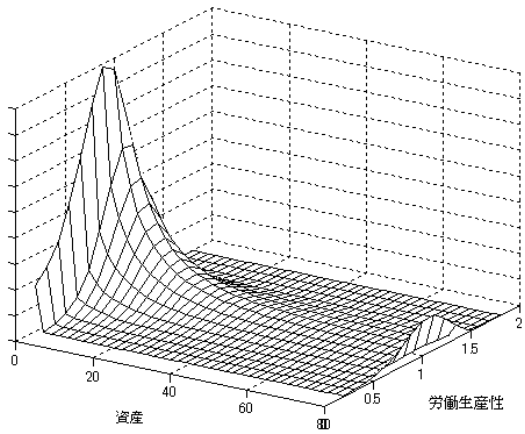


図４　資産と労働生産性の分布（制御した場合）



４. 結語

本稿では異質的主体モデルの最適制御問題を取り上げた。計画当局は消費を直接制御して社会的厚生を最大化する。連続時間のモデルでは関数空間における決定論的な制御問題となり、HJB方程式とコルモゴロフ方程式を解けば最適解が得られる。数値計算によって定常状態の解を求めることができる。一例として死亡時期が不確実なアイヤガリモデルに適用した。数値計算の結果によると、制御しない場合に比べて資本は大幅に増加して総生産も拡大する。消費の外部効果を考慮しているので社会的厚生は改善する。ここで説明した方法は多くの異質的モデルに適用可能である。集計的ショックを含んだモデルに拡張することが今後の課題である。

注

1) これらの研究とその後の発展について、Heathcote et al. (2009) が詳しい。
2) 唯一の例外は Lucas and Moll (2014) である。
3) Nuno and Moll (2018) の p.169 を参照。
4) 汎関数 L の f に関する g 方向のガトー微分は -

$$\lim_{\varepsilon\to 0}\frac{L(f+\varepsilon g)-L(f)}{\varepsilon}=\frac{d}{d\varepsilon}L(f+\varepsilon g)\Big|_{\varepsilon=0}$$

と定義される。

5) 資本の限界生産力は正であるが、$K \geq 10.487$ の領域では資本減耗率を下回り実質利子率は負となる。

参考文献

Aiyagari, S. Rao. (1994) “Uninsured Idiosyncratic Risk, and Aggregate Saving”, *Quarterly Journal of Economics*, Vol.109, 659-684.

Bewley, T. (1986) “Stationary Monetary Equilibrium with a Continuum of Independently Fluctuating Consumers”, in *Contributions to mathematical economics in honor of Gerard Debreu* (eds W. Hildenbrand and A. Mas-Collel), 79-102. North Holland, Amsterdam.

Heathcote, J., K. Storesletten, G. L. Violante. (2009) “Quantitative Macroeconomics with Heterogeneous Households”*, Annual Review of Economics*, Vol.1, 319-354.

Huggett, M. (1993) “The Risk-free Rate in Heterogenous-Agent Incomplete-Insurance Economies”, *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol.17, 953-969.

Krusell, P., and A. A. Smith. (1998) “Income and Wealth Heterogeneity in the Macroeconomy”, *Journal of Political Economy*, Vol.106, 867-896.

Lucas, R., and B. Moll. (2014) “Knowledge Growth and the Allocation of Time”, *Journal of Political Economy*, Vol.122, 1-51.

Nuno, G., and B. Moll. (2018) “Social Optima in Economies with Heterogeneous Agents”, *Review of Economic Dynamics*, Vol.28, 150-180.

経済学における反転授業と話し合い学習法の統計分析[1]

The Effectiveness of the Flipped Classroom and the Learning Through Discussion (LTD) in the Field of Economics Education

碓井　健寛[2]
Takehiro USUI

要　旨

本研究の目的は、学部教育における経済学の、学習者同士の協同・協調的な学習の効果を統計的に検証することである。特に反転授業と話し合い学習法を導入した授業における効果を測るために、定期試験のスコアをデータとした回帰分析を行った。その結果、授業参加回数が多いほど、スコアが高くなることがわかった。反転授業および話し合い学習法の効果が、限定的ではあるが統計的に評価できたと考える。

キーワード：アクティブラーニング，反転授業，話し合い学習法，ナラティブ，COVID-19

1．はじめに

2014年11月の中央教育審議会への諮問において、下村文部科学大臣（当時）は「課題の発見と解決に向けて主体的・協働的に学ぶ学習」（文部科学省、2014）と述べているが、これはアクティブ・ラーニング[3]のことであり、初等・中等教育における導入検討を求めている。さらにアクティブラーニングは大学でも盛んに行われるようになった。そもそもアクティブラーニングとは教授学習の概念である。溝上（2014）によるとアクティブラーニングとは「一方向的な知識伝達型講義を聴くという（受動的）学習を乗り越える意味での、あらゆる能動的学習のこと。能動的学習には、書く・話す・発表するなどの活動への関与と、そこで生じる認知プロセスの外化を伴う」と定義するとともに、教師が受講者に対して、能動的に学習できるようにファシリテート

1 **謝辞**：本稿は「経済学部自己点検評価2018年度最終報告」における筆者の提出原稿の一部を、加筆修正してまとめたものである。本稿をまとめるきっかけを作ってくださった経済学部教務委員の先生方に感謝します。また2020年3月をもって本学の経済学部を退職された長谷部秀孝先生にも感謝します。長谷部先生はご自身の授業でアクティブラーニングを積極的に導入されながら授業改善に取り組んでこられ、それが筆者の授業改善の刺激にもなりました。

2 創価大学経済学部教授

3 教育現場では「アクティブ・ラーニング」と中黒を入れた表記が、文部科学省の公式表記として広く使われている。一方で、この分野のオピニオンリーダーである溝上慎一をはじめ、行政用語との区別を意識して、中黒を入れず「アクティブラーニング」と表記する研究者も多い（関田、2017）。本稿でも行政用語との区別をはかるために、アクティブラーニングと中黒を入れずに表記することとした。

することの傘概念（umbrella term）として概念整理を行っている。

特に注目すべきなのはアクティブラーニングにおける協同性・協調性である。2020年1月頃からのCOVID-19、新型コロナウィルスの感染症パンデミックにともない、2020年度春学期は多くの大学が閉鎖された。通常の対面授業の代わりに急きょ開始されたのがオンライン授業である。学生は自宅にいながらZoom等によるICTを用いて授業に参加するようになった。そのため教師の話を学生が一方的に聞くという形式の授業形態では、友人ができないという新たな弊害が生まれた。オンデマンド型のオンライン授業により、話し合いによって学習する協同性の場が失われたのだが、はからずも大学教育の場における協同性・協調性の重要性を、あらためて浮き彫りにすることとなった。

ここでコロナ禍が教育の現場にもたらしたのはICTを用いた反転授業である。反転授業とは教師がICTを活用し、授業動画を事前収録し、学生は授業動画を予習として閲覧するとともに、対面する授業において質疑応答やディスカッションを行うことである。コロナ禍により、ほとんど全ての大学において対面での授業を行うことができなくなったため、急場しのぎで授業動画を作成するようになった。しかしながらICT教育に関するノウハウのない大学教員の有志は、SNS上でICTや動画編集のノウハウを共有[4]するようになった。この反転授業であるが、社会構築主義と行動主義に基づく学習理論によって基礎付けられている（Bishop and Verleger, 2013）。反転授業の重要性はコロナ禍以前より指摘されていた。その原型となるような教授法は1990年後半ごろより報告されている（Lage *et al*., 2000）。国内では重田（2014）が国内の高校での反転授業の実践事例を紹介しているのだが、その利点として授業外学習時間の確保ができることや、学んだ知識を使う機会を増やすことができること、そして学習の進度を早めることも可能であることを指摘している。

一方で、経済学分野においてはアクティブラーニングの効果について Charkins *et al*.（1985: 112）が「従属的な教授法のみを用いる教員は、他の教授法を活用することで、経済学に対する理解や態度を改善することができる」と結論づけているが、その一方でBecker and Watts（1996）が全米の経済学者に対して行った調査によると、アクティブラーニングの方法（cooperative teaching and learning methods）は、経済原論や中級理論コースではほとんど導入されていないということである。日本国内でも、反転授業に関する実践報告や調査は、糸井（2015）によるICTを活用したマクロ経済学での反転授業や、長谷部（2020）による創価大学経済学部における授業実践報告以外には、ほとんど見られない。

そこで本研究は、経済学における学習者同士の協同・協調的な学習の効果および、反転授業の実践について、どの程度効果があるのかを統計的に検証していく。使用するデータとして、コ

4　特にFacebookの公開グループ「新型コロナ休講で、大学教員は何をすべきかについて知恵と情報を共有するグループ（その後、公開グループ名を「新型コロナのインパクトを受け、大学教員は何をすべきか、何をしたいかについて知恵と情報を共有するグループ」と改称）」では、コロナ禍におけるオンライン学習の技術的なサポートやTipsを求めて、2020年7月18日現在で19,890人が登録し、教育関係者による横断的なFDが、毎日行われている。
Webpage：https://www.facebook.com/groups/146940180042907/friends/（2020年7月18日閲覧）

ロナ禍以前の本学の初年次・必修科目である経済数学入門Aにおける定期試験のスコアを用いる[5]。経済数学入門Aでは講義の動画を収録しているわけではないが、授業コンテンツをポータルサイト上に掲載しており、そこからファイルをダウンロード可能にしてある。そのため受講学生は予習を行うためにファイルを取り出せるようになっている。本講義におけるアセスメント項目「経済学で必要な数学を使いこなす力」および「説明する力」が身についたのかどうかを確認するために、定期試験のスコアを元にデータ分析を行う。

本稿の構成について述べる。続く第２節では授業科目の特性について説明した。第３節では授業において得られたデータについて説明した。第４節では分析結果について説明した。第５節では結果の解釈を行い、第６節において結論と今後の課題をまとめた。

2. 授業科目の特性について

数学の授業で「どこがわからないのかが、わからない」という学生の声を耳にすることがある。わからないことを言葉にして表すことの難しさと、どこまでがわかっていて、どこからがわからないのかということを他者に伝えることの難しさが表れているのではないかと思う。教師が「何でも遠慮なく質問して良いんだよ」と学生に伝えたとしても、どのようにコミュニケーションを取れば良いのか、困惑するに違いない。ではこのような困りごとを、学生が言葉にし、他者に伝えるために教師は何ができるだろうか。

私の担当する経済学部における経済数学入門Aは、そのような学生の困りごとを教師が解消しようとするのではなく、授業の中で学生どうしの話し合いを取り入れることにした。これが授業における最も重要なコンセプトであるとともに、本稿で検証したい内容である。つまり「どこがわからないのかが、わからない」ということが、学生どうしの協同学習によって解消される。そのうえで学びが深まったかどうかを統計的に検証しようと思う[6]。

本科目では、アクティブラーニングの手法を導入することにした。特に、事前に予習範囲を学生が相互に教えるという話し合い学習法（LTD：Learning through discussion）（安永，2011）と、反転授業を採用した。反転授業とは先述したように、ICTを活用した予習を前提とした講義デザインに変更する手法のことである。ただしビデオオンデマンドの授業コンテンツを使用するのではなく、事前に用意しているレジュメをもとに理解し、他の学生に教えられるくらいの準備をしてくることを授業の規範としている。本授業は100人を超える大人数クラスであるため、わからないことに対する教員への相談の前段階で、学生が学生を支援するという効果を期待していた。受講生には初回講義のガイダンスに際して「自助・共助・公助」の立て分けを説明している。自助は自ら予習・復習をすること。共助は仲間とともに教え合い、学び合いをすること。公助は自助・共助でわからないことを教員やSA（student assistant）に質問するという優先順位となる授

5 コロナ禍における2020年度の、収録動画とZoomのブレイクアウトルームを用いた、反転授業の実践についても分析を行いたいところであるのだが、それは今後の課題としたい。

6 本稿の付録A.1に科目の特徴を記した。付録A.2には成績評価のウェイトを示した。先を急ぐ読者はこれらを読む必要はない。

業規範を、定期的に授業内で確認している。それとともに話し合いの機会を頻繁にとることにより、学んだことをアウトプットすることで知識の定着化をねらっている。２週間に１回の頻度で、ランダムに構成される５人程度の小グループをつくりながら、教員及びSAが、受講者どうしの仲間づくりを支援するとともに、授業内での話し合い学習を促す。予習してきた内容について、学生が教え合うことによって、協同しながら授業課題に取り組む。つまりピアサポートにより苦手意識を克服することも実践課題としている。なお、授業内で9回の小テストを実施した。受講者が予習を行ってくることを担保するためである。小テストのスコアは成績として評価されるので、受講生は予習を定期的に行うことのモチベーションとなる。また小グループでの話し合い学習が行われることもまた、受講者にとって予習をしてくることのモチベーションとなるだろう。

経済数学入門Aは新入生が主に履修する。その理由は次の通りである。第１セメスターにおいて中学・高校で学んできた数学の基礎知識を復習しながら、学部での経済学の学習のために必要な数学を道具として使いこなしていく。つまり新入生の初年次教育の役割も担っている。受講生はグラフや数式を用いて、ミクロ経済学における利潤最大化問題やマクロ経済学における割引現在価値の計算といった経済学の問題を解いていく。あわせて統計学の記述統計を例題にしながら、シグマ記号の公式を使いこなすことによって、第３セメスター（２年次春学期）での必修科目である基礎統計学に架橋することも射程に入れている。

学生の選抜方法であるが習熟度別クラスになっている。学生たちは入学時の数学のプレイスメントテストによって、経済数学入門A（２クラス開講）および経済数学入門B（１クラス開講）のいずれかを選択できるよう、習熟度に応じた講義クラスに割り振られる。私のクラスには２次関数を用いた数学の問題を解くことに苦手意識を持つ学生から、微分の計算がある程度できるという学生まで存在する。このような100人程度の多様な受講者がクラス内に共存している。

大人数クラスになるほど質問をしづらいと感じている学生は多いが、４～５人のグループを作り自己紹介を取り入れながら、安心して相談できるような関係構築を教師が促すことで、協同しながら授業課題に取り組むチームができる。学生は仲間に教えることによって「わかっていること」と「わかっていないこと」の区別ができるようになるため、教員による講義での学びの確認が効率的になるとともに、経済学の理論を数学的に「説明する力」というコミュニケーションスキルを同時に身につけることができる。本科目ではアクティブラーニングの話し合い学習の要素を、部分的に取り入れながら授業を進めている。

3. 使用するデータ

本科目での「説明する力」と「経済学で必要な数学を使いこなす力」が身についたのかどうかを確かめるために統計的に検証する。分析のためのデータとして、2018年度の同科目の中間テストのスコアを用いた。その理由を述べる。第１に経済数学入門Aの科目特性に関わることである。高校での学びと大学での経済学の学びを架橋するのが本科目のねらいである。中間試験は期末試験と比べて経済学の割合が低く、数学の割合が高い。そのため変数として数学の習熟度を

考慮することにより、授業参加の程度の中間試験のスコアに与える影響を推定することができると考えられる。本節では、中間試験スコアの分布、学生の出席回数の分布、そして高校までの数学の実力を測る17問テストの得点分布を示す。次に最小二乗法による中間試験の要因分析の結果を示す。

図１は中間試験のスコアの分布である。得点分布を10点刻みにならべたヒストグラムとして示している。平均点は82.4点、中央値は85点、標準偏差は15.3点であった。分布が左に歪んでいるのは、中間試験までの範囲が、中学・高校数学のふりかえりとなる問題が多いからである。一次関数とグラフの書き方からはじまり、経済学の需要関数・供給関数を一次関数で示したり、需要の価格弾力性を計算するために、変化率の計算の応用を用いる。指数の演算や応用問題としてのコブ・ダグラス型生産関数の計算を行う。中間試験の直前には和記号を用いた計算を行い、応用問題として平均や分散の計算、そして分散の分解公式の証明を行っている。受講学生にとって高校で既習であることが多いため、高校までの数学復習をしながら経済学のトピックを取り入れていく。

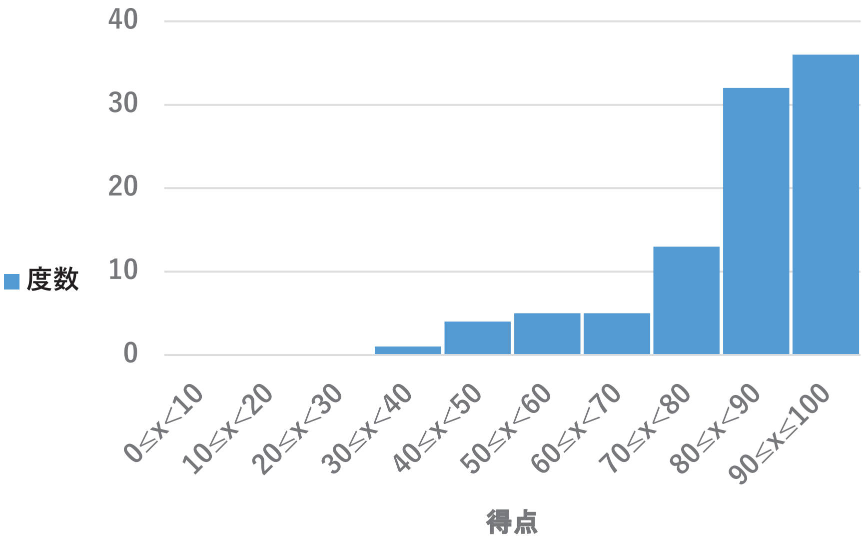


図１　中間試験の分布（100点満点・92人）

図２は受講学生の中間試験までの出席回数の分布である。全受講者のうちで半数以上の学生が全出席であった。やはり分布が左に歪んでいることがわかる。図３は本科目における17問テストの分布である。17問テストは経済数学入門Ａ（２クラス）および上位科目の経済数学入門Ｂ（１クラス）の学生が、どの程度の数学の力を持っているのかを確認するためのテストである。図のオレンジ色の得点（７～12点）が当該科目を受講することを勧められる学生群である。青色の得点が当該科目の対象外の学生である。それぞれの科目を受講する全学生が、大学が実施するプレイスメントテストとは別に、授業初回に受験することとなっている。本科目での17問テ

ストの受験者数は96名中92名で、未受験者が４名いた。テストの後に答え合わせを行った。学生自身で17問テストの自己採点および評価を行う。７点から12点の学生には経済数学入門Ａの上位クラスを受講するよう勧めている。自己採点後に13点以上の学生には経済数学入門Ｂを勧め、６点以下の学生には経済数学入門Ａの別のクラスを勧めている。しかし自己判断で留まっている学生もいる[7]。そのためクラスの４分の１程度の学生が、本科目が対象としている習熟度から外れている。

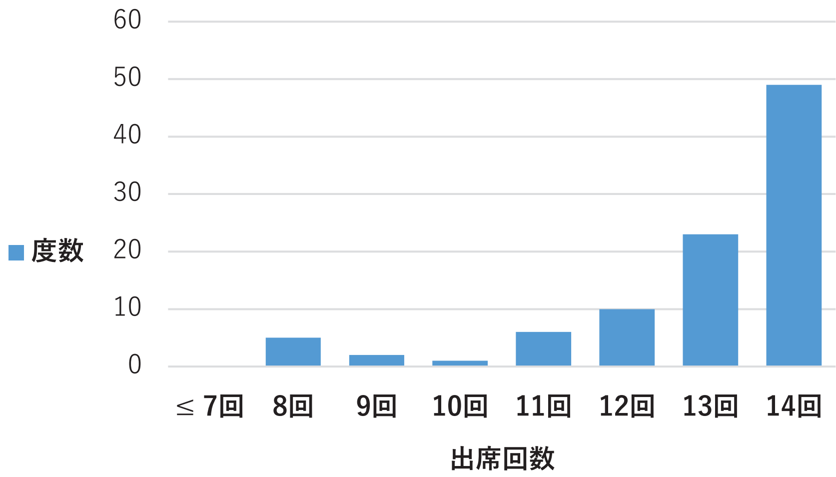


図２　中間試験までの受講者の出席回数の分布

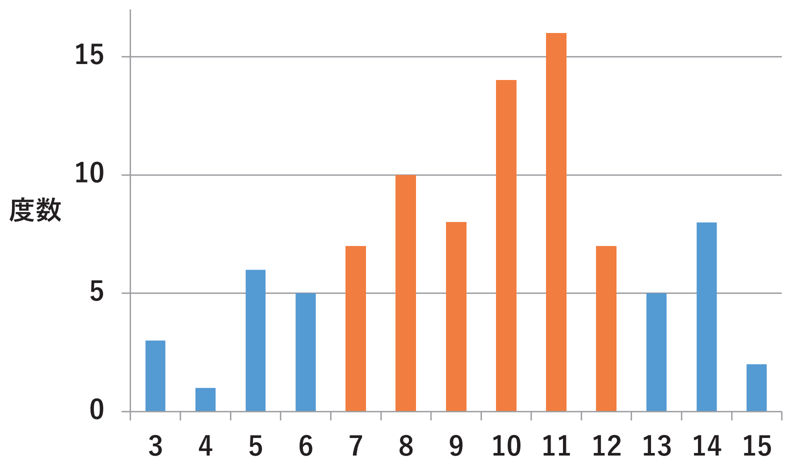


図３　17問テストの分布（経済数学入門Ａの上位クラスのみ）

7 上位クラスあるいは下位クラスに移動しないのは、成績評価のインセンティブ効果が働いている可能性がある。経済数学入門Ｂでは成績評価におけるＳの割合は最大で10%、経済数学入門Ａの私のクラスでは、同じく5%、経済数学入門Ａの下位成績のクラスでは、Ｓの割合は0%で最高の成績でＡ評価となる。

4. 推定結果

表１は最小二乗法による中間試験のスコアの要因分析である。coef. は係数の推定値を示し、s.e. は係数の標準誤差を示している。自由度修正済み決定係数（Adjusted R^2）は 0.19 であった。被説明変数は中間試験のスコアである。説明変数として高校までの数学の実力を示していると考えられる 17問テストのスコアを導入し、中間試験実施日までの出席回数がおよぼす中間試験スコアへの影響、つまり限界効果を検討する。高校までの数学レベルが同じであったとき、出席回数が多いほど中間試験のスコアは良くなると予想できる。なぜならば科目の内容が理解できるだけでなく、授業内での協同学習の効果により、数学を理解し説明する力が強くなると考えられるからである。まず 17問テストの係数を確かめると、係数の大きさは 1.90 で p 値は 0.00 であった。17問テストの得点が１点増えるごとに中間試験の得点は 1.9（点）増加する関係にあることがわかる。次に出席回数の係数を検討しよう。出席回数が１回増えることの限界効果は 3.05（点）で p 値は 0.01 であった。このことから出席回数が多いほど、中間試験の結果は良くなっていることがわかる。

表１　最小二乗法による中間試験の要因分析（出席回数）

	coef.	s.e.	p-value
出席回数	3.05	1.07	0.01
17問テスト	1.90	0.48	0.00
constant	25.15	15.54	0.11
Adjusted R^2	0.19		
N	92		

ではどの授業回が、中間試験に対して影響をおよぼしていたのだろうか。表２では出席回数の代わりに、授業回別の出席状況をダミー変数として導入した。17問テストの変数は表１と同様である。第２～ 14回は、該当する授業回に出席すれば１、欠席であれば０をあらわすダミー変数である[8]。多重共線性を避けるために第１回目授業の参加ダミーを説明変数から外した。分析の結果、第２回、６回、９回の授業出席が、授業出席をしていない学生と比べて中間試験に対して統計的な差異があり、それぞれ 10点以上大きくなっていることがわかった。本科目の授業シラバスによると、第２回授業は１次方程式を使って需要関数と供給関数の概念を学んでいる。第６回授業は経済学における限界概念と弾力性の概念を学んでいる。この回に授業に参加した学生は未参加の学生と比べて 10.95点高くなっている。ただし p 値が 0.10 で、やや弱い。第９回の

8　出欠の扱いについて補足説明をする。遅刻者が全学生のうちで１人、１回のみあった。30分ほど遅刻であったがこのデータでは出席とみなしている。カード忘れの学生もいたのだが、本講義では１回のみ認めるというローカルルールを採用している。そのため２回目以降のカード忘れの場合は欠席となっていると考えられる。

授業では二次関数と判別式、そしてシラバスには載っていないが二次方程式の解の公式の証明を行った。上の説明と同様に、参加した学生は13.37点高い。

第２回授業の係数が第６回、第９回授業と比べて３～４倍ほど大きくなっている。これは次のように解釈できるだろう。まず授業を提供する側から見ると、この回は授業方針を示す授業回であった。それとともに授業を受講する学生の受講態度を示す代理変数であるとも考えられる。それらの相互作用により点数の大きさの差異が表れたと考えられる。以上の分析結果より、授業参加回数が多いほど中間試験スコアが高くなることがわかった。それとともにどの授業に出席したのかによって、中間試験のスコアが高くなることがある程度示された。ここで「ある程度」という含みを持たせた理由は、すべての授業回において中間試験に対して統計的な有意かつ、プラスの影響をもたらしているとは言えないからである。とはいえ、毎回の授業が必ずしも試験の点数に影響をおよぼすものでなかったとしても問題はないのかもしれない。たとえば授業内容が今回の試験に出題されなかったというケースである。受講者からは事前に出題範囲はわからない。この要因分析の結果、中間試験に影響をおよぼしていた授業回が３回の授業だったのに過ぎない。要するに今回の中間試験から振り返ってスコアに影響のあった授業を、この推定結果が識別しただけなのである[9]。

表２　最小二乗法による中間試験の要因分析（授業回別）

	coef.	s.e.	p-value
第２回	39.87	12.48	0.00
第３回	–11.80	8.30	0.16
第４回	0.50	9.36	0.96
第５回	2.30	17.94	0.90
第６回	10.95	6.67	0.10
第７回	9.94	6.78	0.15
第８回	–1.94	5.88	0.74
第９回	13.37	5.27	0.01
第10回	1.67	6.31	0.79
第11回	–5.57	5.15	0.28
第12回	6.15	7.30	0.40
第13回	8.12	6.25	0.20
第14回	2.24	8.03	0.78
17問テスト	1.68	0.47	0.00
constant	–5.67	22.65	0.80
Adjusted R^2	0.28		
N		92	

9　付録A.3には経済数学入門Aの成績評価についてまとめている。17問テストと最終成績との関係について分析結果をまとめた。興味深い結果が示されたのだが、本稿の論旨とは外れるので付録とした。先を急ぐ読者は読み飛ばして構わない。

5. 結論と今後の課題

本稿では学生の協同性の効果を検証するために反転授業と話し合い学習の組み合わせによる授業実践、初年次必修科目の経済数学入門Aについて統計的に検証した。受講者同士の話し合い学習により、数学の苦手意識が克服されるとすれば、講義に出席し積極的に参加することが重要である。そのため中間試験のスコアに影響をおよぼす変数として、学生の出席状況を考慮することにした。個人の数学の能力をコントロールした上で、出席状況が良いほど中間試験のスコアは高くなることがわかった。また、ある特定の授業回がスコアを高めていることがわかった。出席状況は話し合い学習の効果の一部であると考えられるので、話し合い学習の効果が評価できたと考えて良いだろう。もちろん反転授業や話し合い学習の効果は、学生個々のパフォーマンスをコントロールしたとしても、学生の出席状況のみで中間試験の成績が決まるものではない。授業出席の効果と話し合い学習の効果を識別するためには、実施群と未実施群というようにランダム化したグループに分け、比較するような授業デザインが必要となるだろう。しかしながら授業設計の制約から本稿ではランダム化対照実験を行わず、習熟度別のクラス編成の枠の中で分析を行うことで、授業参加が成績にどのように影響をおよぼすのかについて確かめることができた。

今後取り組むべき課題はさまざまある。先も述べたがアクティブラーニングや反転授業の共同性に関して教育効果を検証するためには、統計分析のさらなる精緻化が不可欠である。教師や講義デザインが良好であったのかどうかについて、学習者の主観的な手応えも重要である。

たとえば話し合い学習の効果は、受講した学生自身の語り（ナラティブ）からも評価すべきであろう。数学のような科目では学習者は、自分だけがわかっていないという感覚に陥りがちである。その際に、同じように苦労している仲間の存在が確認できることにより、孤立感がいくらか緩和できる。ナラティブと共同性をテーマに研究する野口裕二は、病気の症状からくるであろう社会的孤立について「もともとの問題は解決していなくても、それが孤立や孤独に結びつかなければずいぶん楽になるはずである。これこそがまさに「共同性の実践」にほかならない。」と記述している（野口、2018：ch.13）。話し合い学習の効果として、「共同性の実践」を学習者同士で行うことにもあるだろう。このような共同体をつくるためには教員は何ができるだろうか。これまで教員は教えることに重きを置いていた。その授業デザインを少し改めて、学習者同士が話し合いの中で学習が進むようにファシリテートしていくことが望ましい。そうすることで初年次教育の効果は、より大きくなると考えられる。

2020年のコロナ禍では、教員は急場をしのぐために動画編集を行い予習を中心とした講義を実施した。それにより大学教育とは何かという本質的な問いかけをもたらした。学生にとって話し合い学習が、このときほど求められたことはないかもしれない。というのも、オンデマンド学習だけでは物足りないという声が多数聞かれたからである。コロナ禍という非常時における学習形態は、話し合いの中で学習を深めていくことの価値を逆照射することになったと言える。

参考文献

糸井重夫（2015）「経済・金融教育における“反転授業”の有効性と課題」経済教育 , **34**, 144-148.

重田勝介（2014）「反転授業 ICT による教育改革の進展」情報管理 , **56**, 677- 684.

関田一彦（2017）「アクティブラーニングとしての協同学習の研究」教育心理学年報 , **56**, 158-164.

野口裕二（2018）『ナラティヴと共同性 ―自助グループ・当事者研究・オープンダイアローグ』青土社

長谷部秀孝（2020）「アクティブ・ラーニングに至る教育改善」創価経済論集 , **50**, in press.

溝上慎一（2014）『アクティブラーニングと教授学習 パラダイムの転換』東信堂

文部科学省（2014）「初等中等教育における教育課程の基準等の在り方について（諮問）」、平成26年11月20日、中央教育審議会

安永悟 （2011）「LTD 話し合い学習法」JUCE Journal **3**, 2-7

Becker, W. E. and Watts, M.（1996）“Chalk and Talk: A National Survey on Teaching Undergraduate Economics,” *American Economic Review*, **86**, 448-453.

Bishop, J. L. and Verleger, M. A.（2013）“The Flipped Classroom: A survey of The Research,” *ASEE National Conference Proceedings*, Atlanta, GA. **30**, 1-18.

Charkins, R. J., O’Toole, D. M. and Wetzel, J. N.（1985）“Linking Teacher and Student Learning Styles with Student Achievement and Attitudes,” *Journal of Economic Education*, **16**, 111-120.

Lage, M. J., Platt, G. J. and Treglia, M.（2000）“Inverting the Classroom: A Gateway to Creating an Inclusive Learning Environment,” *Journal of Economic Education*, **31**, 30-43.

A.1　科目の特徴

経済数学入門では、経済学を用いて、社会現象を複眼的視点から論理的に理解･分析することができる力を養うために、経済学の学習に必要な数学的基礎知識を身につけることを目的とする。数学的な素養に関する学生間の幅が大きいことを踏まえ、クラスにおける学生の理解度の差を極力揃えるために、事前のプレイスメントテストを通じてクラス分けを行っている。各クラスでは、高校数学の復習に加え、微分に関する諸法則や最適化問題の解法を学習する。その達成度は、複数回の宿題、中間試験および定期試験により測定する。宿題では、主に計算問題が出題され、様々な形式の問題に取り組むことで学習した数学上の諸法則の理解度を測定する。また中間試験では、ミクロ経済学、マクロ経済学および統計学に関連した問題が出題され、それらの分野に登場する概念と数学的手続きとの関係性を理解できているかどうかを測定する。そして定期試験では、学習した数学上の諸法則や問題解法の技術を用いて、様々な種類の最適化問題の解を正確に導き出す力が身に付いているかどうかを測定する。その結果、成績が B 以上の学生は、上記の力の基礎を習得できたと見なす。

また、授業評価アンケートで示されるシラバスの到達目標の達成度などによって、授業・成績評価の内容が上記の力の修得に適切であるかを精査し、必要な場合には改善を図る。

A.2　成績評価

経済数学入門 A の上位クラスにおける 2018年度の成績評価は以下のウェイトにより行った。中間試験（40％）、定期試験（40％）、10回の宿題提出（10％）、授業内での小テストの実施（10％）となっている。

A.3 成績評価の批判的検討

ここで成績評価について検討しておくことにする。成績評価の分布は以下の通りであった。
B 以上 55.2%、C 24%、D 13.5%、E と N 7.3%

およそ 55%の学生が B 以上の成績を修めており、これらの学生は「経済学で必要な数学を使いこなす力」と、汎用的なコミュニケーションスキルである「説明する力」を身につけることができたと言って良いだろう。しかし残念ながら、45%の学生は C 以下の成績しか修められなかった。特におよそ 21%の学生が D、E、N の評価となっている。

今後、習熟度を深める対策としては受講者に対しては大学の実施しているプレイスメントテストと、経済数学入門 B （大学実施のプレイスメントテストの成績上位クラス)、経済数学入門 A（大学実施のプレイスメントテストで割りあてられた成績中位クラスと成績下位クラス）に対して実施する 17問テストをもとに、適切なクラス選択ができるよう教員から情報提供を行うつもりである。しかしながら今回の受講者のうちで 4 分の 1 程度が、本来であれば他のクラスでの受講が推奨されていた。これらの受講者の最終成績はどうだったのだろうか。17問テストの得点ランク別で最終成績評価の比率を示したのが下の図である。

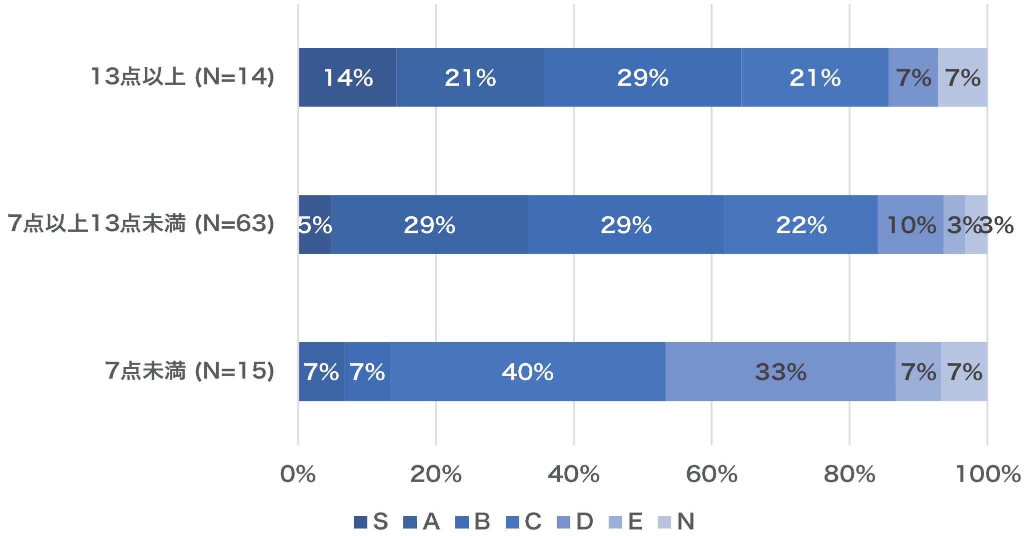


図 1.A　17問テストの得点階級 × 最終成績評価

17問テストで 13点以上の得点をとった学生は、本来ならば経済数学入門 B をとるべきなのだが、7 点以上 13点未満の経済数学入門 A （私のクラス） が対象とする学生群と比べて必ずしも成績が良いとは言えない。7 点以上 13点未満のグループと 13点以上のグループは、C 以下の割合がほぼ同程度である。一方で 7 点未満の経済数学入門 A （下位クラス） を受講することが望ましい学生群は成績が良くない。C 以下の割合はおよそ 86 パーセントである。よって適切なク

ラスを受講するように情報提供を行うことが第１の対策であると言えるだろう。

とはいえ受講者は自由にクラス選択ができる。経済数学入門Ｂよりも、経済数学入門Ａで自信を回復したい、あるいはＳを取得できる可能性のある経済数学入門Ａの上位クラスでチャレンジしたいという学生の気持ちも理解できる。ではそのような受講者に対してどのようにアドバイスできるだろうか。最終成績に与えた出席状況の影響度合いを最小二乗法の推定結果から示してみよう。

表 1.A 最小二乗法による最終成績の要因分析

	coef.	s.e.	p-value	coef.	s.e.	p-value
13点以上グループ	4.96	3.44	0.15	−17.83	32.70	0.59
7点未満グループ	−12.50	3.45	0.00	−83.87	40.23	0.04
13点以上グループ×出席回数				0.84	1.22	0.49
7点未満グループ×出席回数				2.68	1.51	0.08
出席回数	1.58	0.50	0.00	1.04	0.62	0.10
constant	24.86	13.75	0.07	39.61	16.96	0.02
Adjusted R^2		0.25			0.23	
N		89			89	

被説明変数には本科目の最終的なスコア（100点満点）を用いた。最終的なスコアは宿題、授業内演習、中間及び期末試験の点数をシラバスのウェイトによって計算した成績により100点満点で評価される。この値よりＳ～Ｎまでの成績評価を行っている。成績がＮであった学生は、点数評価されないため分析から除外し、89人の学生から最小二乗法による推定を行った。説明変数には17問テストの結果が13点以上の学生ならば１、それ以外を０とするダミー変数、17問テストの結果が７点未満ならば１、それ以外を０とするダミー変数、出席回数を用いた。またそれぞれのグループに出席回数を掛けることで交差項の効果を検証した。

左の推定結果は17問テストの得点グループの違いが、最終成績に影響をおよぼしているのかどうかである。出席回数が多いほど成績は良い。13点以上グループの限界効果は4.96だが有意差は見られない。一方で７点未満のグループは有意差があり、基準となる８～12点のグループと比較して平均的に12.5（点）低いことを示している。

右の推定結果は交差項を加えた分析である。13点以上のグループは交差項を加えてもなお、本科目が対象とするグループとの有意差は見られない。しかし７点未満のグループと出席回数の交差項の係数は2.68（点）で、出席回数が多いほど成績の改善が見込まれることが明らかになった。ここから言えることは、７点未満であったグループは本科目を受けるべきではないとは積極的に言えないが、同じ出席回数であったとしても平均的に12.5（点）低いということである。しかしひとたび本科目を受講すると決めたのであれば、一切欠席をしないことが最善であると言え

る[10]。ポジティブな点を評価するとすれば、7点未満のグループでもAの成績を取得できた学生が1人存在する[11]。一方で17問テストが13点以上のグループは本科目を受講する価値を見いだすことは難しい。なぜならば出席回数の多寡にかかわらず成績改善の見込みがあるとは言えないからである。個人の価値判断の問題であるが、上位クラスで挑戦した方が良いのではないだろうか。

10 ここで得点差が12.5点しかないのは、やや奇妙だと感じられるかもしれない。7点未満グループの出席状況が比較的良くなかったことも成績に影響をおよぼしていると考えると良いのかもしれない。7点以上13点未満グループの出席回数が、平均で27.1回、7点未満グループが26.3回であった。ただし有意差はない。

11 ただし統計的な予測の観点からは、この学生のスコアは外れ値である可能性が高い。

創価大学経済学会会則

第１条　本会は創価大学経済学会と呼ぶ。
第２条　本会は経済学およびこれに関連する諸科学の研究および教育の促進を目的とする。
第３条　本会は次の事業を行なう。
　1．研究会の開催
　2．機関誌の発行
　3．その他本会の目的を達成するために適当な事業
第４条　本会の会員は，次の４種類とする。
　1．正 会 員　本学の教授，准教授，専任講師および助教，なお創価女子短期大学の教員で入会を希望し総会の承認をえた者
　2．準 会 員　本会正会員経験者で総会の承認をえた者
　3．賛助会員　本会の趣旨に賛同し，総会の承認をえた者
　4．学生会員　本学の大学院経済学研究科経済学専攻の学生で，入会を希望し総会の承認をえた者
第５条　機関誌の発行にあたっては、掲載・編集規定に従う。
第６条　会員は各種の会合に出席することができる。
第７条　会員は所定の会費を納めなければならない。
第８条　通常総会は毎年春１回，臨時総会は必要に応じ，会長がこれを招集する。
第９条　総会は正会員の過半数によって成立し，出席者の過半数によって決議される。
第10条　本会を運営するため，経済学部長を会長とし，委員若干名からなる委員会をおく。
第11条　委員は正会員の中からこれを互選する。委員の任期は２年とし，再選を妨げない。
　ただし，連続した再任期間は４年を超えないものとする。
第12条　委員会は毎年度の事業計画および実績報告書，ならびに会計予算書および決算書を総会に提出し，承認をえなければならない。
第13条　委員会は，第３条の事業に必要な事業を行なう。会長は委員会を統轄し，本会を代表する。
第14条　本会の会計を監査するため，委員以外の正会員の中から監事を選出する。
第15条　監事の任期は１年とし，再選を妨げない。
第16条　この会則の実施に関し，必要な細目は別に総会の承認をえてこれを規定する。
第17条　この会則および諸規定の改廃は総会の決議にしたがう。

付　則

第１条　本会の事務所を創価大学経済学部内におく。
第２条　本会の会計年度は４月１日に始まり，翌年３月31日に終わる。
第３条　この会則は昭和46年９月22日よりこれを実施する。
第４条　一部改正　昭和49年５月24日。
第５条　一部改正　昭和59年４月27日。
第６条　一部改正　昭和60年４月19日。
第７条　一部改正　昭和63年４月15日。
第８条　一部改正　平成５年５月21日。
第９条　一部改正　平成７年11月10日。
第10条　一部改正　平成16年５月14日。
第11条　一部改正　平成29年５月19日。

規定第３号

第１条　本会の会費は正会員年額20,000円，準会員年額10,000円，賛助会員１口年20,000円，学生会員のうち大学院生前期課程5,000円（２年分），後期課程7,500円（３年分）とする。

創価大学経済学会正会員（五十音順）

Edwin ALOIAU
浅井　学
石井健司
石井秀明
◎碓井健寛
大坪弘教
掛川三千代
○金澤伸幸
加納直幸
勘坂純市
神立孝一
小﨑晃義
小林孝次
齋藤之美
坂本幹雄
○佐久間貴之
杉本一郎
⦿高木　功
近貞美津子
○寺田和之
△寺西宏友
西浦昭雄
西田哲史
馬場善久
増井　淳
Raymond YASUDA
○安武妙子
山﨑　勝

⦿印は会長
◎印は編集委員長
○印は編集委員
△印は監事

季刊　創価経済論集　　第50巻　　　第1・2・3・4号

2021年3月31日　発行

編集・発行人　　創価大学経済学会
東京都八王子市丹木町1−236
(042) 691-2211 (代)

会　　長　高　木　功

編集委員長　碓　井　健　寛

印　　刷　株式会社　紀伊國屋書店

ISSN 0388-3027

THE SOKA ECONOMIC STUDIES QUARTERLY

THE SOKA ECONOMIC STUDIES: VOL. L NO. 1・2・3・4／MARCH 2021

Articles

Edited & Published by
THE SOKA UNIVERSITY ECONOMIC ASSOCIATION