ISSN 0388-3027

創価経済論集

季　刊

THE SOKA ECONOMIC STUDIES: VOL. LIII NO. 1･2･3･4／MARCH 2024

論　文

創価大学経済学会

The Soka Economic Association, affiliated to the Department of Economics, Soka University, was established in 1971. The purpose of the Association is to support and encourage research and education in Economics, Economic History, Economic Policy, Statistics, and closely related problems. The Soka Economic Studies has been published quarterly by the Association with papers mainly contributed by the faculty members of the Department. All communications relating to subscriptions and memberships should be addressed to :

The Soka Economic Association, Soka University

1-236 Tangi-machi, Hachioji, Tokyo 192-8577

創価大学経済学部の過去・現在・未来[1]

馬 場　善 久[2]

1. はじめに

本日は最終講義の機会をいただいたことに心から感謝をいたします。お忙しいなか出席していただいた教職員、学生の皆様にお礼を申し上げます。今日の最終講義の準備をしていただいた経済学会の編集員の皆様には重ねてお礼を申し上げます。誠にありがとうございます。

私は１期生として 1971 年４月に経済学部に入学をしました。1975 年３月に学部を卒業して、その年の５月に経済学研究科の修士課程に入学をし、２年後に修士課程を修了しました。博士課程の入学試験に２度失敗し、アメリカの大学院への入学を目指して 1978 年に渡米し、1979 年９月から UCSD（カルフォルニア大学サンディゴ校）の大学院に入学、1984 年に博士課程を修了し、縁あって 1985 年４月に経済学部に専任講師として採用していただき、本年３月まで勤めさせていただきました。その間、教務部長、副学長、そして、学長と行政職も経験いたしました。1971 年から、52 年間―アメリカにいる期間を除くと 45 年間、学生、教員、教員役職者として、創価大学並びに創価大学経済学部にかかわってきました。今思い起こすと、創立者をはじめ、様々な方々の激励やご指導のおかげで大学での仕事ができました。特に、学生時代の八王子とアメリカのロサンゼルスとサンディエゴの地元の方々に大変にお世話になりました。教員と職員の皆さんも様々な形で支えてもらいました。とりわけ学生の皆さんにはたくさんのことを教えてもらいました。また、家族にも大学での仕事に専念できるように、協力し支えてもらいました。これまでに私と関わっていただいた、すべての皆さんには心から感謝をいたします。本日は、「創価大学経済学部の過去・現在・未来」と題して、52 年間の思い出を話したいと思います。難しい話はありませんので、どうかリラックスをして聞いていただければと思います。まずは入学して学部時代から始めます。

1　本稿は 2023 年４月 21 日に創価大学経済学会主催で行われた最終講義の内容を加筆、訂正したものです。あらためて、開催を準備していただいた編集委員会の皆様に感謝をいたします。

2　創価大学名誉教授

2. 経済学部に入学して

スライドをご覧ください（図１）。 これが開学時の創価大学の全景です。白い建物が文系Ａ棟で青い屋根の建物は中央体育館です。現在の中央教育棟の位置になります。周りに住宅もあまりないのがわかると思います。

図１ 創価大学開学時の全景
出典：創価教育研究所

次のスライド（図２）は現在の創価大学の全景です。キャンパスは飛躍的な発展をとげ、大学の周囲に住宅が増加したことがわかります。

次のスライド（このスライドは未掲載です）は開学時の栄光門から文系Ａ棟までの道路です。桜の木も植樹されて日も浅く、充分に成長しておりません。

次のスライド（このスライドは未掲載です）は、同じ道路の現在の姿です。建物も変わっていますが、桜の木の成長が50年の歴史を物語っております。

入学したときは、本当に驚きました。先ほどの写真で分かるように、大学の周りに何もありませんでした。確か、善太郎坂の途中にすし屋とスナックが１軒ずつだったと思います。滝山寮に入寮したときの率直な感想は「ここは東京？」という感じで、大学の選択を誤ったかもという考えが一瞬頭をよぎりました。とにかく大変なところに来てしまったと思いました。

開学時経済学部は定員200人でしたが、６クラス編成で私は４組に配属され、クラス担任は北政巳先生でした。北先生は当時26歳で経済学部最年少の講師でした。北先生とは誕生日が同じ

図２ 創価大学の全景
出典：創価教育研究所

ということもあり、学生時代には様々にお世話になりました。特に、大学院の博士課程に２度不合格になった時には激励をしていただきました。北先生の励ましがなければ、研究者の道を追求することはなかったと思います。

学部のときに、自治会活動に誘われました。自治会の草創期に執行委員として活動し、第2回と第３回創大祭の運営に参加しました。第２回創大祭のテーマを友人たちとひねり出した思い出があります。

『Think of yourself 流動するこの世界にあって　限りなき自己価値の創造を　それは21世紀への出発（たびたち）』、少ししゃれたテーマですが、最後の出発の発想は、上条恒彦の出発の歌という曲が流行っていて、それからヒントを得たと記憶しています。また、全学協議会の準備委員会から参加し、全学協議会が正式に発足してからは、理事や教員の方々にかなり厳しい意見を言った記憶があります。後年、学長になってからは学生から厳しい意見を言われましたが、まさに因果応報だと感じています。

学部時代にあまり授業に出なかったことを、今、大変後悔しています。外国語の授業や必須の授業で出席がとられた授業は、単位を修得するために出席しましたが、その他の授業は試験前に友人のノートをコピーしてなんとか単位を修得しました。思い出に残る授業は、１年生のときの角山栄先生の「一般経済史」、２年生の時の「経済原論」、３年と４年の時のゼミなどです。

また、学部２年の時にその当時文系学部では珍しく、「コンピュータ実習」という科目があり、FORTRUN というコンピュータ言語でプログラムを作成する授業がありました。今のパソコンと違い、プログラムの１行１行を１枚のカードに打ち込み、それをコンピュータに読ませるので、

非常に手間がかかりましたが、アメリカの大学院での研究に非常に役に立ちました。

創価大学の博士課程に進学できなかったので 研究者の道を目指すなら、アメリカの大学院にいけばというアドバイスがあり、アメリカの 大学院を目指すことにしました。TOEFL のスコアをとるのも大変でしたが、UCSD に入学してからも日本での不勉強が祟ってアメリカの授業についていくのが、 英語の問題もあって大変でした。夏休みなどに日本に帰国したときに、後輩の人たちにはちょっと大げさですけれども前頭葉が痛くなるほど勉強していると言っていた記憶があります。学生の皆さんはどうか、学生時代にしっかり学習して、社会にでる準備をしてください。

３. 創価大学設立の時代背景について

ここで少し創価大学がどういう時代状況のもとで開学したかを皆さんと振り返ってみたいと思います。スライド（図３）は日本における学生紛争の簡単な年表です。1965年ごろから日本で大学紛争が始まります。学費値上げ、学生会館の運営、学生処分などがその原因です。特に、1968年の東大紛争以後、その激しさは増します。皆さんも安田講堂の攻防の映像を見たことがあるかもしれませんが、その影響で 1969年の東大入試は中止となります。

大学紛争は日本だけの現象ではなく、世界中で、特に先進国で起きていました。ベトナム戦争の激化、中国では文化大革命が始まり、東欧ではプラハの春がソ連軍に鎮圧されました。日本で

学生紛争年表（1960年代後半）
『総括せよ！さらば革命世代』産経新聞社、2018年、一部
創価大学

	日本	世界
1965年	ベトナムに平和を！市民文化団体連合（べ平連）結成	米軍が北ベトナム爆撃を開始
	日韓基本条約協定調印	
1966年	横須賀港への原潜寄港反対運動広がる	中国で文化大革命始まる
	ビートルズ来日	
1967年	羽田闘争（第2次安保闘争が本格化）	欧州共同体（EC)成立
		ベトナム戦争で米軍死傷者数10万人を超える（10月）
1968年	米の原子力空母、エンタープライズ寄港阻止、佐世保闘争	プラハの春（8月にはソ連・東欧の5か国軍がプラハを制圧）
	成田空港阻止三里塚集会	米コロンビア大学・いちご白書
	国際反戦デー。学生らが新宿駅を占拠、騒乱罪適用	パリ5月革命
	東大、東京教育大学が次年度の入試中止を決定	
	東京府中市で3億円事件発生	
1969年	沖縄デー	アポロ11号が月面有人着陸
	初の「公害白書」を発表	米国全土でベトナム反戦行動
	大学臨時措置法が成立	
1970年	よど号ハイジャック事件発生	
	三島由紀夫割腹自殺	

8

図３

も第２次安保闘争や三島由紀夫の割腹自決などがあり、騒然とした時代でした。また、中国とソ連の対立も深刻でした。

次のスライド（図4）は、日本経済の1960年台後半から1970年台前半にかけての経過を示しています。皆さんもご存じのように、朝鮮特需によって日本経済は戦後の経済成長の足掛かりを得ます。池田内閣の所得倍増計画によって本格的な高度経済成長の時代に入ります。1964年が東京オリンピックの年でしたが、翌年から70年までいざなぎ景気と呼ばれる経済の拡大期を迎えます。1968年にはGNPがアメリカについで第２位となり、公害などの問題もありながら、経済は高度成長を続けておりました。1971年のニクソンショックにより、戦後のブレトンウッズ体制―アメリカのドルと金の価値をリンクさせて、各国の通貨の為替レートが固定されていた体制―が終焉を迎えます。ベトナム戦争の戦費など、アメリカの財政赤字が増加し、また、アメリカの経済力が相対的に弱まったことで、固定制を維持できなくなっていたわけです。それまでは１ドルが360円で為替レートは固定されてきました。スミソニアン協定で１ドルが308円と取り決められましたが、結局固定相場制は維持できずに、1973年に変動相場制に移行します。

さらに、中東戦争に端を発して、原油価格が４倍となる石油ショックが起こり、日本経済もインフレーションを経験します。一時は年率で28パーセントを超える消費者物価指数の上昇を記録します。1974年には日本経済は、戦後初めてマイナス成長を経験し、1975年には「財政特例法」が成立し、赤字国債の発行が始まります。

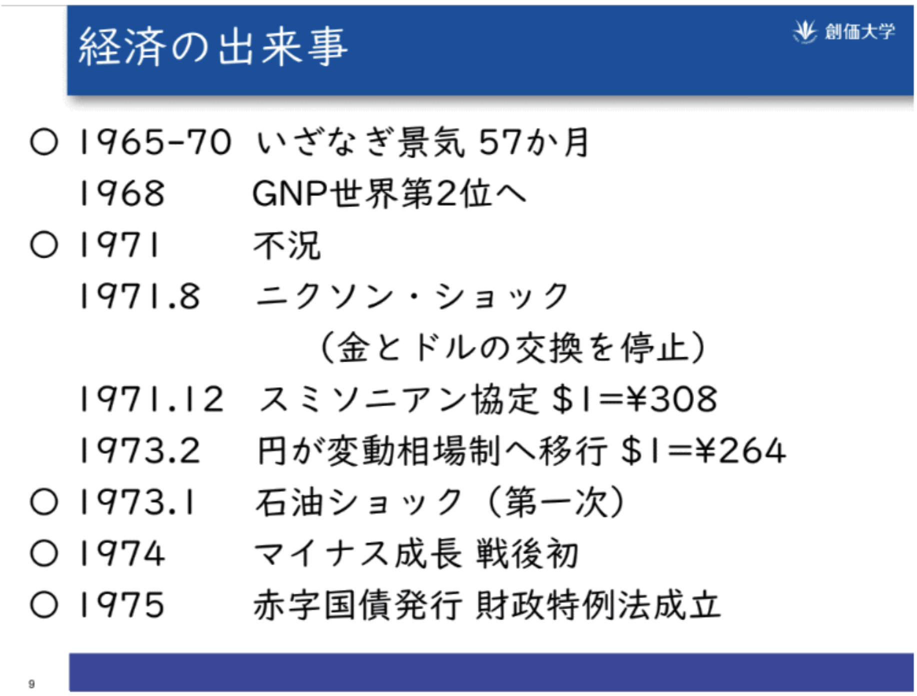


図４

このような時代状況の中で、特に大学紛争がその激しさを増す中で、創価大学の設立準備が進められ、1971年に開学するわけです。創立者は『潮』（1969年7月号）に「大学革命について」と題する論説を寄稿され、次のように論じられています。

> 大学は、かつて文化建設の揺籃であり、擁護者であった。だが、現在にいたっては、破壊の修羅場と化し、みずからをして破産を通告しようとしている。
>
> （中略）
>
> まさに大学は、その発生以来の大転換を迫られているといえよう。
>
> 現在の大学革命は、大学と政治権力、または教会権力との対決などというものではない。大学を含めた社会の管理機構と、それに対する青年の不満との激突であり、ひいては既存の社会、文化、価値観に対して、それを受け継ぐべき世代が継承を激しく拒否し、破壊しようとしているのである。ここに世代の断絶、転換を迫られる文明の実態が鮮明に浮かび上がってくる。

創立以来の創価大学の大学運営の基本理念は学生参加だと私は考えます。1969年の講演で、創立者は建学の精神である3つのモットーとともに学生参加を大学運営の基本原則として提唱されました。開学後も様々な機会で学生参加の重要性について言及をされています。以下にその一部を紹介します。

このスライド（図5）は『新・人間革命』からです。「創価大学は、学生のための、学生中心の大学なんだ。だから、“自分たちが主体者である。主役である”と決めて、すべての問題に、積極果敢に取り組んでいくんだよ」と。そして、第1回創大祭でのスピーチでは、「ヨーロッパの大学の歴史を見ても、本来、学生と教師は、人間的には対等の関係にあった。その人間関係の絆があってこそ、世界的な偉業を打ち立てる人や、立派な平和の指導者が輩出できたのであります。（中略）伸一のスピーチは終わった。簡潔であった。しかし、そのなかに、創立者の情愛があふれ、『学生中心の大学』という創価大学像が鮮明に浮かび上がっていた」と綴られています。

さらに、「永遠に『学生のための大学』たれ」と題する随筆では、次のように述べられています。

> かつて、インドの詩聖タゴールは語った。『大学とは、生きた細胞の核のように、国民の精神という創造的な生命の中心なのである』―この『国民の精神』は、“世界が祖国”の意義から、『世界市民の精神』ということもできようか。
>
> では、この大学の『生命の中心』は何か。
>
> 明確に言い遺しておくが、それは『学生』にほかならない。
>
> 私は、創価大学の設立構想の段階から、“大学は学生のためにあるべきだ”と、繰り返し訴えてきた。

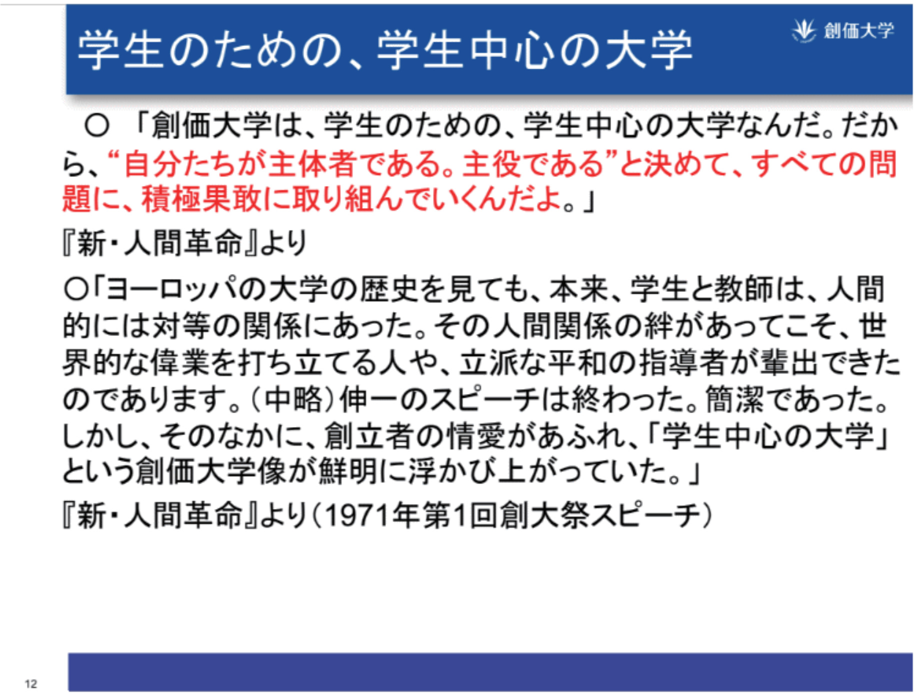


図５

そして、創立者は次のように学生に期待を寄せております。1974年の第４回入学式では、「本日、めでたく入学された諸君に、心の底から要望したいことは、諸君こそ私と同じく、若き大学の創立者であり、創造者であるという一点を、決して忘れないでほしい、ということなのであります。在学中のみでなく、生涯、創価大学を皆の手で建設し、守っていただきたいというのが、私のお願いなのであります。（中略）。そこで私は、諸君たちは大学からあたえられるのを待っている、という姿勢ではなく、能動的に、かつ情熱的に〝これこそ、大学の新しい希望の灯である〟といえる、誇りに満ちた勇気ある建設作業に、取り組んでもらいたいと思うのであります」と述べられています。

開学当初の創価大学の実態は、理想的な学園共同体と少し違うというのを感じていましたので、学生参加を通しての大学建設、この息吹の中で何かしなければと思い、自治会での活動にも参加をした記憶があります。理想的な学園共同体の建設のために、全学協議会の設立の活動にも参加しました。

４. 経済学部のこれまでの教育の取り組み

次に創価大学経済学部の教育並びに教育課程の話に移ります。開学当初、大学は名目的には３学期制を採用していましたが、実態は通年制で４月に履修して、30週間講義を受けて年度末の試験を受けるという制度でした。１週間に１度しか同じ科目の授業がないので、１度に10数科目を履修しています。翌週の授業は前の週の復習から始まります。のんびりした教育でした。また、１コマが110分の授業で、教員の話すスピードが遅いと眠気をよく感じていました。

このスライド（図６）は、私の入学時の経済学部の卒業要件を示しています。今と比べると、卒業単位が132単位で必須科目の単位数が多いですね。一般教育科目で、経済学、数学、統計学の計12単位が必須でした。専門科目の必須科目では、コンピュータ概論が含まれていることがその当時としては特徴的なカリキュラムでした。外書講読は２年と３年のとき、２年間にわたって履修しました。その他の科目は日本の大学の経済学部とほぼ同じような教育課程でした。４年生のときは演習 II だけを履修して卒業できるように、３年間で130単位を修得するのが当時の履修の仕方でした。１年から３年までは、年間44とか42単位履修する必要があります。１、２年次は外国語科目や保健体育の科目があるので、月曜日から金曜日までの５日間の20コマのうち、結構授業が入っていました。履修制限もなかったので、１年間で80単位を修得して卒業した猛者もいたという都市伝説があります。

経済学部は本学のなかでも１番といっていいほど、教育の改革に注力をしてきた学部です。本

私が入学時の経済学部の教育課程 創価大学

一般教育科目（36単位）	経済学部必須科目	経済学（４）、数学（４）、統計学（４）
外国語科目（16単位）		英語(8)、第2外国語（８）ドイツ語かフランス語
保健体育科目（4単位）		体育実技（２）、保健体育講義（２）
専門科目（80単位）	必須科目（28単位）	経済原論（４）、統計学総論（４）、一般経済史（４）、経済政策論（４）、コンピュータ概論（４）、外書講読I（２）、外書講読II（２）、演習I（２）、演習II（２）
	選択必修（32単位）	経済学史（４）、経済哲学（４）、日本経済史（４）、国際経済論（４）、etc
	選択科目（20単位）	西洋経済史（４）、日本経済論（４）、保険論（４）、労働経済論（４）、コンピュータプログラミング（４）、コンピュータプログラミング実習（２）、etc

図６

学の教育の歴史を振り返ると、経済学部の取り組みが大学全体を先導してきたといっても過言ではありません。私が就職してからの経済学部の教育の取り組みについてお話しします。このスライド（図７）は、1985年の『経済学を学ぶ』という冊子です。これは創価大学の学部では初めての学部教育の啓蒙のための冊子です。日本の大学においてもかなり先駆的な取り組みだったと思います。当時の二瓶学部長は、「創価大学経済学部へ入学してくる新一年生を対象とし、学部のカリキュラムを学習するうえで、学生の学習効果を高めることである。その場合、本学では新一年に対し１泊の研修合宿を行うが、その際のテキストとしても利用されよう」とこの冊子の目的を述べています。そして、この冊子の柱として、以下の３つを挙げています。

１番目は、「経済学は何かというタイトルの下で、経済学に対する理解を深めてもらうことを期待して、経済学という学問の発達、その分析方法等々の検討を通じて経済学という学問の性格を示し、さらに経済学学習のメリットにまで論及されている」です。

２番目は、「経済学部で実際の各カリキュラムの内容を各科目担当者にわかりやすく解説してもらっている。経済学という学問体系の細分化とそれらと全体の関連についての理解を期待している」です。II の「経済学を学ぶ―専門分野の解説」が対応しています。

３番目は「実践論ともいうべきもので、卒業生に社会に出てからの感じた大学時代の学習について書いてもらった」です。III. わが留学記と IV. 私と経済学―卒業生の手記がこれに対応しています。わが留学記は私が書いた拙文です。

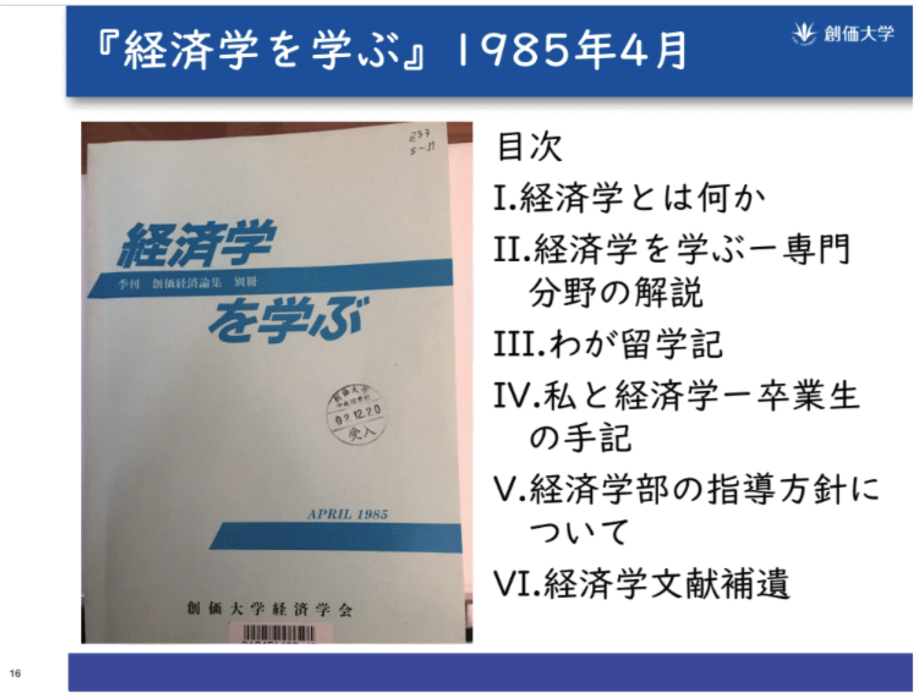


図７

日本の大学の近年の教育改革は、大学審議会が1991年以後に答申を出してから始まるので、1985年に学部教育の改善を目指した冊子の発刊というのは今振り返ると画期的なことでした。1985年当時、新入生の１泊研修や１クラス単位の経済学の講義の実施、共通の教科書と共通の試験の実施も日本の大学の経済学教育では先駆的なものでした。私も新任教員として経済学の講義に参画していたので、毎週のように担当者が集まって、協議をしていた思い出があります。

1985年の５年後の1990年には『経済学を学ぶ』の改訂版として、『経済学部ハンドブック』を刊行しています。その構成はこのスライド（図８）で示している通りです。1985年版と比較すると、「経済学部専門教育科目のフローチャート」、「論文・レポートについて」と「図書館について」が新たに加わり、コラムで「ノートの取り方」の説明があり、学生の学習のしやすさに力点がおかれています。

それから13年後に『経済学はおもしろい』が発刊されます。スライド（図９、１０）で示しているように、新書版の大きさで、「経済学への誘い」と「経済学部ナビゲーター」の２部構成で、カリキュラム改定に合わせてガイドブックを刷新したものです。以下の４点を意図しています。

１．カリキュラムの改定を念頭に、コース制理解の工夫をした。

２．経済学教育の方向性を示した。

３．新しい経済学の研究の方向性を反映した。

４．学生の皆さんが使いやすいことを最大の目的とした。

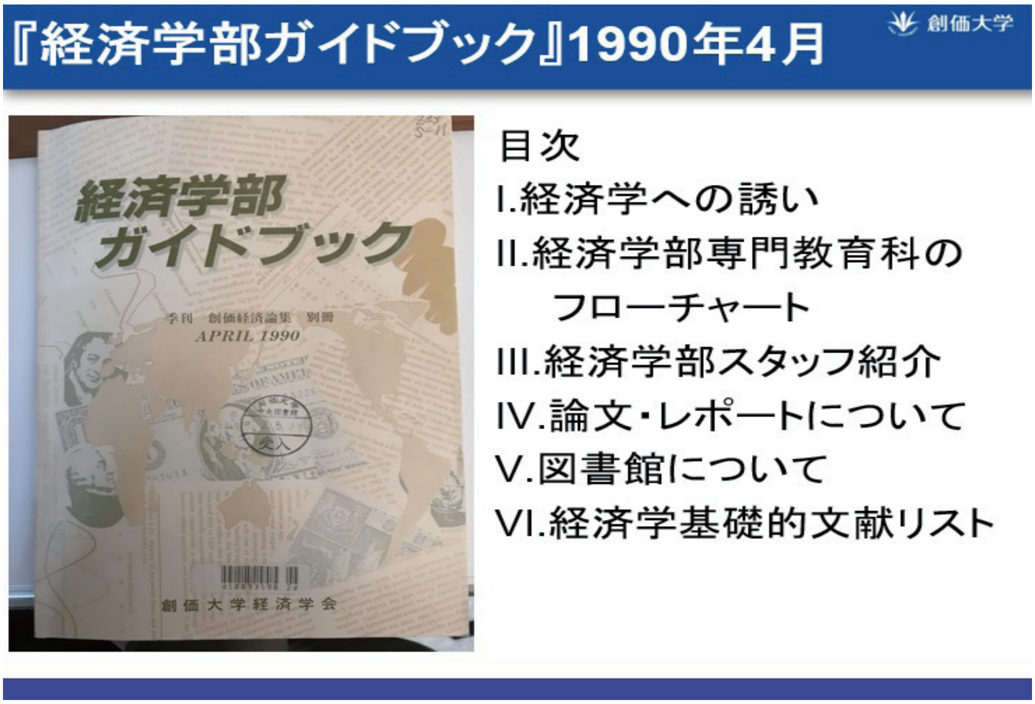


図８

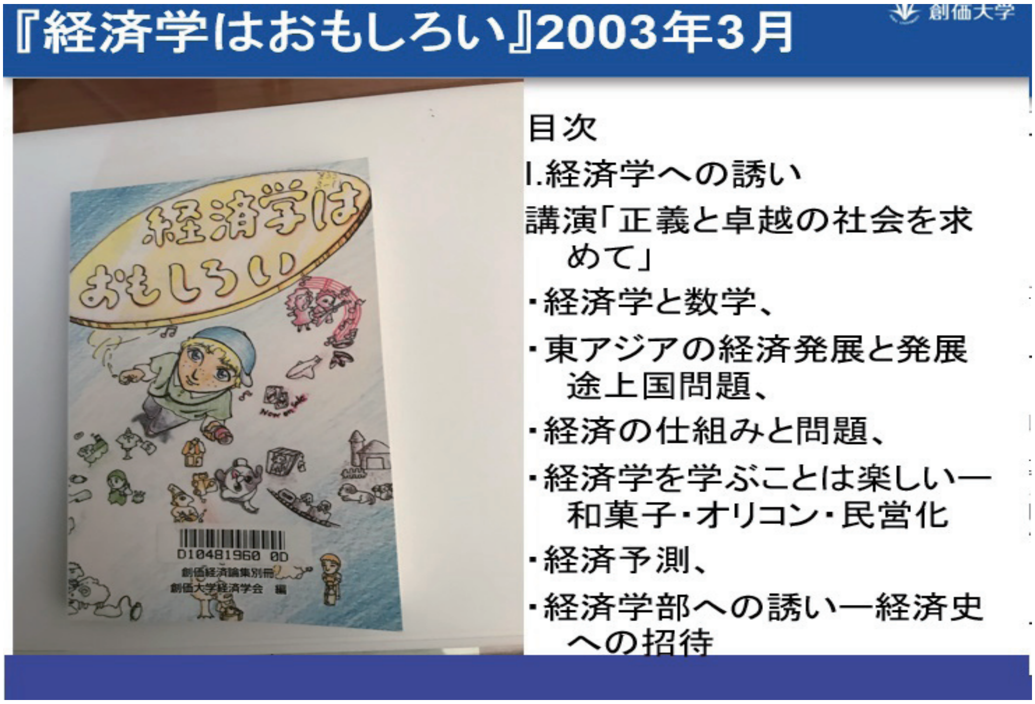

『経済学はおもしろい』2003年3月
経済学は
おもしろい
D10481960 0D
創価経済論集別冊
創価大学経済学会 編
目次
I.経済学への誘い
講演「正義と卓越の社会を求めて」
・経済学と数学、
・東アジアの経済発展と発展途上国問題、
・経済の仕組みと問題、
・経済学を学ぶことは楽しい―和菓子・オリコン・民営化
・経済予測、
・経済学部への誘い―経済史への招待

図9

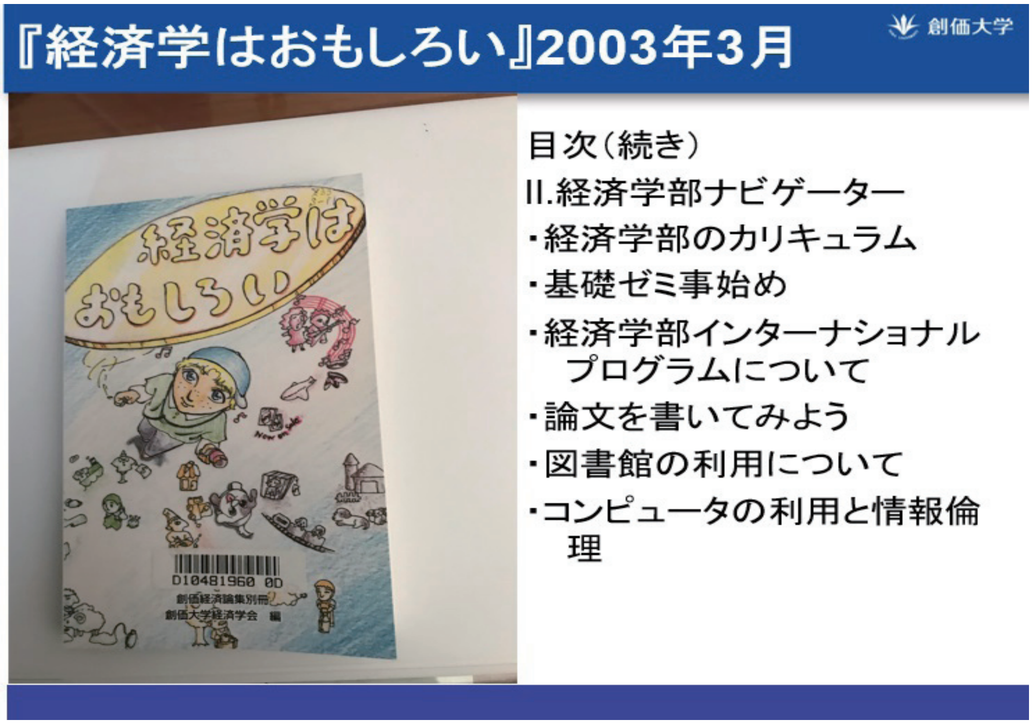

『経済学はおもしろい』2003年3月
経済学は
おもしろい
D10481960 0D
創価経済論集別冊
創価大学経済学会 編
目次（続き）
II.経済学部ナビゲーター
・経済学部のカリキュラム
・基礎ゼミ事始め
・経済学部インターナショナルプログラムについて
・論文を書いてみよう
・図書館の利用について
・コンピュータの利用と情報倫理

図10

この中の「経済学部インターナショナルプログラムについて」では2001年から始まったIPプログラムを本間マリコ先生が説明をしています。IPプログラムの開始やそれまでの経済学部の取り組みについては、『世界基準の授業―奇跡を生んだ創価大学経済学部IP』にかなり詳細に報告されていますので、興味のある方は是非読んでいただければと思います。バブル崩壊とともに経済学部の人気が凋落する中で、経済学部再生のドラマが描かれています。ご存じのように、経済学部の取り組みは、IPプログラムと経済学教育を基礎に『グローバル化時代の経済学教育―英語で学ぶ経済学が未来を切り開く―』との取り組み名で2007年度の特色GPに採択をされました。今では、本学のすべての学部が英語教育と学部教育を連動させることで、世界市民育成のプログラムを展開していますが、これはまさに経済学部が先導したことです。この取り組みを基礎にして展開した「世界市民教育」プログラムが、2014年の『スーパーグローバル大学創生支援事業』に採択されました。今日の創価大学の国際教育、世界市民教育の展開に経済学部の取り組みが大きな貢献をしていることを感謝する次第です。

今回、改めて『世界基準の授業』を再読して感じることがあります。IPの成功は、本間マリコ先生とエドウィン・アロイアウ先生という、学生の成長に強くコミットしたお二人が協力しあって、英語教育と経済学の専門教育の連動を実践されたことが要因です。そして、経済学部の教員や職員の全員が、このプログラムの成功のために、それぞれの立場で努力をしてくれたことを実感します。さらに、学生の皆さんが学習の大変な中でお互いに切磋琢磨してプログラムの目的の実現に多大な貢献をしてくれました。学生、教員と職員が協働して真剣に取り組んだというのがIPの成功の最大の要因だと考えます。これは、学生のための大学の具体的な教育実践例ととらえることができるのではないでしょうか。

世界基準の授業の出版から約10年、本年1月に『人間主義 x SDGs：これから経済学を学ぶ人たちへ』が出版されました。私も編者として名前を載せていただいておりますが、編集の仕事は高木学部長と神立教授にお任せしていまして、出版されて全編を読みました。非常によくできた本で、執筆を担当された先生方の教育と研究に取り組まれている姿勢がビビッドに伝わってきます。また、創価大学経済学部の研究分野の範囲の広さを実感できる本です。そして、経済学部の先生方の仲の良さが感じられます。学生の皆さんは特に、この本を読んでいただければと思います。まず、経済学は様々な分野の事象を研究範囲にしていることに気が付くでしょう。皆さんが気付いていない、経済学の魅力と各教員の個性を知ることで、皆さんの経済学部での学習がより充実することは間違いありません。

学生の活躍でも経済学部は他の学部を先導してきました。このスライド（図11、12）のように、社会人基礎力養成グランプリで2016年には全国大会で準大賞に、そして、2019年には大賞に輝くことができました。卒業生も日本のみならず世界の各地で活躍をしています。特に近年の卒業生は優秀で、企業のみならず、様々な分野で価値創造の活動を継続してくれています。しかも、母校愛が強く、特に後輩のために、後輩の道を開くとの決意で頑張ってくれております。新しいカリキュラムでのデータサイエンス実習も卒業生の支援があって、授業が成立しています。


学生の活躍
準大賞
創価大学 経済学部経済学科
社会人基礎力育成グランプリ2016 全国決勝大会
主催：社会人基礎力協議会　共催：経済産業省　後援：日本商工会議所、経済同友会
22

図11


学生の活躍
人生100年時代の社会人基礎力大賞
創価大学 経済学部経済学科
2019年度
人生100年時代の社会人基礎力育成グランプリ
全国決勝大会
大賞
創価大学
経済学部 経済学科
23

図12

5. 経済学部の未来について

先ほど、学生参加、学生中心、学生のための大学が、創価大学の創立以来の運営の大事な方針ですと申し上げました。経済学部においても学部協議会などを通じて、教学面でも学生の意見がカリキュラムや授業運営などに反映されてきたことと思います。また、IP プログラムの成功の要因は学生、教員と職員の協働であったと申し上げました。経済学部の未来を考えると、学部の教育・研究に学生参加をどう具体的に進めるかが、そのカギとなると考えております。

今、スライド（図13）で示している論文で、立命館大学の沖裕貴教授は、欧米では「教授学習のみならず、大学教育の質保証や質向上、さらには大学運営まで主体的に参加することも『学生参画』に含むようになっている」と述べているように、学生参加の具体的な取り組みが欧米で進展をしています。さらに、その取り組みが学生参画から学生連携へと拡大していることを指摘し、日本の大学における取り組みの分類を行っています。時間の制約もあるので、学生参画と学生連携の定義を紹介して、その概要だけでも理解していただけたらと考えます。

ここで紹介する定義は、*The Power of Partnership: Students, Staff, and Faculty Revolutionizing Higher Education* と題する本のサイトで展開されている用語集からです。当然、学生参画と学生連携についても様々な定義が存在します。ちなみに、この本は Elon, NC: Elon University Center for Engaged Learning が発行元です。Elon 大学は US news and world report のアメリカ大学ランキングの Best Undergraduate Teaching の分野で 1 位にランクされている大学で、学生本位、学

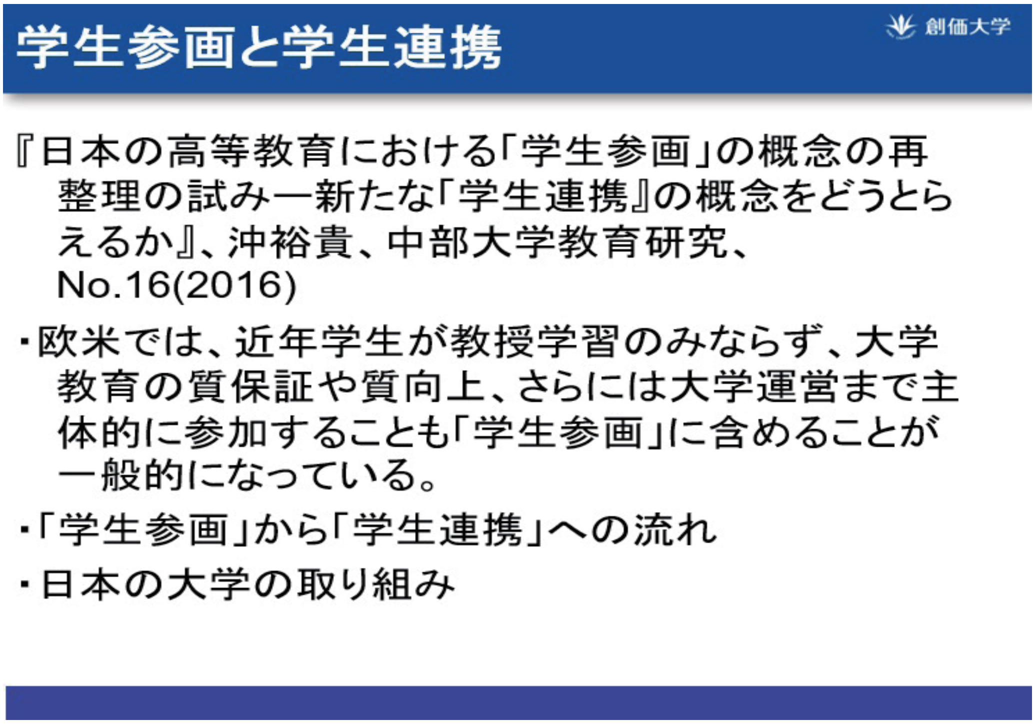


図13

習者中心の教育に注力している大学です。

まず、学生参画は student engagement の訳ですが、以下が定義となります。

> 学生参画は、多くの場合、学生が積極的に大学へ参加することの意味で用いられる。学生参画には、包括的で肯定的な教育環境は勿論のこと、目的をもった学生と教職員が関わり、アクティブで協働的な学習を含むべきと主張する人もいる。

次は学生連携の定義です。

> 高等教育の伝統的な権力階層を再概念化することを目的としている。それは、学生が自分の学習に対して責任を共有できるようにし、教職員が民主的で有意義で対話的な関係で学生と関わることで、学生のエージェンシー（自ら考え、主体的に行動して、責任をもって社会変革を実現していく力）を信頼できるようにすることで達成される。

次のスライド（図14）は、沖先生の論文での学生連携の諸活動の例示です。学習・教育・研究（教授学習と研究における学生参画）と学習と教育の質向上（教授学習の実践と政策の向上）を大別したうえで、それぞれ２分野にわたって、学生参画と学生連携の活動を例示しています。

学生参画と学生連携

創価大学

2つの区分	学生参画の4つの領域	包含される学生連携以外の活動	学生連携の活動
学習・教育・研究（教授学習と研究における学生参画	学習・教育・評価	・アクティブ・ラーニング ・サービス・ラーニング ・協働学習 ・インターンシップ ・プロジェクト型授業等	・ピア・サポート・プログラム ・学生発案型授業 ・CLASSE,NSSEなど、学生個人が行う授業や学科のDPの達成度を測る形成的評価
	教科ベースの研究と探求	・専門ゼミ	・専門ゼミ（本物の研究の一端に従事） ・卒業制作
学習と教育の質向上（教授学習の実践と政策の向上）	教育学習のと学識（SoTL）	・集合調査で行われる授業アンケートや学生調査 ・授業やカリキュラムに関する学生自治会や学生FDスタッフとの意見交換	・全学協議会 ・学生・教職員教育改善専門委員会 ・学生スタッフ（教職員と連携して授業やカリキュラムに関して調査研究に従事し、制度的に成果を教育改革に生かすことが保障されている取り組み
	カリキュラム設計と教育診断	・集合調査で行われる授業アンケートや学生調査 ・授業やカリキュラムに関する学生自治会や学生FDスタッフとの意見交換	

沖（2016)の表１「４つの領域に相当する国内の学生参画に関わる活動」より作成

図14

全学協議会やCETLでのPASSなど、本学でも学生連携に分類されている活動をすでに行っていますが、学部レベルで学生連携の取り組みができると感じています。例えば、経済学部の学習成果のアセスメントに関して、学生と連携してプロジェクトとして取り組むことが考えられます。これは半年とか、一年くらいの長期間のプロジェクトとなるので、有給であることが適当だと考えます。参加学生は評価の方法が学べると同時に、経済学部の教育目標についても理解が深まることで、その学生の学びを一層深化させることが期待されます。学部にとっては、学生の評価の視点を学ぶことで学習成果の見直しと評価方法の改善が期待できます。学部学生の研究に関連しては、学部学生が経済学の分野で画期的な論文を書くことはなかなかハードルが高いので、教員の研究内容について学生や一般の社会人にわかりやすい説明を書いてもらうことも考えられます。これは夏休みの１、２か月の期間で実施できるのではないでしょうか。有給とすることで充実した夏休みを送ることができるでしょう。

本学部の開設のときの教授であった大熊信行氏は『国家権力と大学の運命』の中で次のように述べています。「ここで注意しておきたいのは、『学生参加』を許すべきである、と私はといているのでない。新しい大学の運営には、学生の参加が必要であり、大学はそれを学生に求めなければならない、と主張しているのである」。大熊教授は評論家としても活躍し、特に1965年３月１日から1969年２月17日にわたって『産経新聞』の「月曜論壇」で論説を発表し、大学問題に関しても何度も発表しました。創立者と大熊先生との対話と相互理解については、『池田平和思想の研究Ⅰ―大熊信行との対話に注目しつつ（第１回）：大学紛争論―』という文学部の伊藤教授の論文が詳細に論及していますので、興味ある方は是非読んでください。

経済学部の教育の一層の充実のために、学生参画、学生連携の取り組みを実施することにより、学生参加の実質化を促進することができます。そうした取り組みが学生の一層の成長に繋がり、そして、経済学部の新たな発展が可能になると私は考えます。

６. 学生の皆さんへ

学生の皆さんは、私の経験を反面教師として、次のことを理解して、充実した学生生活を送っていただきたいと思います。１つ目は経済学が文理融合の総合科学であるという点です。すべての人間の活動には経済の問題が横たわっています。経済学部の教員の研究分野も多岐にわたっています。自分の興味と経済学は必ず共通するものがあります。歴史が好きな人は経済史、環境に興味のある人は環境経済学、株式に興味のある人は金融というように、皆さん一人ひとりの興味と関連する経済学の分野が必ずあるので、頑張って学習に挑戦してください。

２番目は、経済学はどの国に行っても同じ内容を教える、いわばユニバーサルな学問です。世界のどの国へ行っても同じ内容を学ぶので、その意味では汎用性が高い学問です。

３番目は、本学経済学部では、英語、データサイエンス、統計学も学ぶことができるので、キャリア形成もしっかりできるという強みがあります。しかも学生の教育に情熱あふれる、非常に仲の良い教員集団ですので、学生の皆さんはこの環境を最大限利用して、力をつけてください。

しかも皆さんの先輩は後輩思いで日本のみならず世界の各地で活躍をしています。たくさんの良きロールモデルが存在するので、卒業して親孝行のできる力を身に着けてください。

教員の皆さんにも一つお願いがあります。50年間の歴史により、経済学部には様々なリソースがあります。その一つが卒業生のネットワークです。このネットワークの活用を是非考えてください。必ず、今回のデータサイエンス実習の授業のように学生の成長を促すような取り組みができると思います。そのためには卒業生並びに社会とのアクセスポイントを確保することが必要です。私が学んだ UCSD では Economics in Action というニュースレターを原則年２回だしておりました。そこには卒業生の状況、新任教員の紹介、経済学部の諸活動などの情報を載せていました。学生編集員を募集して、年１回でもよいので、学部のニュースレターを作成することで、卒業生とのアクセスポイントをつくってもよいのではないかと思います。経済学部のために何かしたいと思っている卒業生がたくさんいると思います。

７. 最後に

最後に、幾つかの言葉を紹介して、私の話を終わりにしたいと思います。最初はイギリスの経済学者アルフレッドマーシャルの次の言葉です。

> 強き人間の偉大なる母であるケンブリッジが世界に送り出す人間は、冷静な頭脳と温かい心をもって、自分の周りの社会的苦悩に立ち向かうために、その全力の少なくとも一部を喜んで捧げようとし、また、洗練された高尚な生活に必要な物質的手段をすべての人に提供することはどこまで可能であるかを明らかにするために、できることをやり遂げるまでは満足しないと決心しているものであるが、こうした人々をたくさん育てるため、私の貧しい才能と限られた力でできることを可能な限りやりたい、というのが、私が胸に抱いている願いにして、最高の努力である。（1885年ケンブリッジ大学教授就任講演の最後の部分『マーシャル　クールヘッド＆ウォームハート』伊藤宣広（訳）より）。

これは、1885年にマーシャルが行ったケンブリッジ大学教授就任講演の最後の部分です。「冷静な頭脳と温かい心」クールヘッドとウォームハートという言葉は皆さんも一度は聞いたことがあると思います。１つの文章としては、非常に長いものです。英語でも、これがワンセンテンスになっております。マーシャルはこの講演で最初に彼の前任者のフォーセットへのオマージュを述べたあとに、経済学者の領分とそれに対してケンブリッジ大学が貢献できることについて解説をします。この部分は、1980年代の経済学史ともいうべき内容になっています。そして、講演の最後を先ほどの文で結んでいます。よく読むと本学が志向する価値創造の考えとも共鳴しております。

２つ目は、『トップが語る現代経営』で講演していただいた株式会社ジェイティービーの田川博己会長の言葉です。その講演の最後で田川会長は、ご自分の人生を振り返って、次のように述

べられました。

> 二十代、三十代、そして、六十代と、それぞれの世代によって立場や視点は異なると思いますが、私が一つだけ守ってきたことがあります。それぞれの世代の中で、自分の任期中に一つでも目に見える成果を目指そうとしてきたことです。
> ですから、「あなたは、二十代の時には、何をやりましたか」と聞かれたら、すぐに答えられます。「三十代の時は？」と言われても、すぐに答えられる。（中略）、過ごした時代に、自分は何をやって来たかを即答できるのが特技です。過去、現在、未来の時間軸で常に自分を見つめて来たからだと思っています。

この講演を伺ったときに、社会で何かをなすためにはこの位の覚悟が必要なのだと感じました。
最後は創立者の言葉です。１つ目は、2020年４月のご伝言です。

> 二十世紀を代表する大歴史学者トインビー博士と私が対談を開始したのは、創価大学の開学の一年後でありました。
> 博士と語り合った一貫した哲学は、〝文明も、人生も、絶え間なく襲いかかってくる試練の挑戦に応戦し、打ち勝つところに、偉大な価値の創造がある〟ということであります。

創立者は常々「人も組織も試練の挑戦に応戦することで」発達、発展することができると言われております。本学はパンデミックという試練の中で創立50周年を迎え、新たな出発をしました。もう一度、創立の原点に立ちかえって、「学生のための大学」に資する経済学教育を展開していただければと思います。
２つ目は、2014年入学式の和歌です。
「わが命　創大城に　厳とあり　君の未来の　勝利を見つめて」
皆さん一人一人がこの和歌から何かを感じとっていただけるかと思います。以上で、私の拙い話を終了させていただきます。お忙しい中、参加していただいたことを重ねて感謝をいたします。ご清聴、誠にありがとうございました。

資産選択とライフサイクル（計算経済学の研究その25）

Asset Selection and Life Cycle

釜　　国男*
Kunio KAMA

日本を含む先進各国において資産格差の拡大傾向が見られる。その一つの理由として挙げられるのは富裕層の保有する金融資産の増加である。Kuhn, Schularick and Steins (2019) によると、米国では資産価格、とりわけ株価の上昇が資産の増加をもたらしている[1)]。株価が上昇しなかった場合、1998年の上位10% のシェアは 61% で、2016年は 71% であったと推計される。実際のシェアは 69% と 74% に達している。この事実は株価の変動が資産格差の重要な要因であることを示唆している。したがって格差問題の研究では、資産価格を内生化したモデルを用いる必要がある。しかも取引参加者の異質性を考慮しなければならない。さらに資産分布には年齢的な偏りが見られる。こうした理由から、異質的世代重複モデル（Heterogeneous Overlapping Generations Model）は有望なアプローチと考えられる。本稿では世代重複型のシドラウスキーモデルを分析する[2)]。最初に所得が外生的に与えられる場合について検討する。消費者は消費・貯蓄の決定に加えて、資本と貨幣に関する資産選択を行う。次に生産活動を含むようにモデルを拡張する。現役世代は保険料を支払い、退役世代は年金を受け取る。完全積立方式の年金制度についても検討する。最後に労働供給を内生化した場合について議論する。

1．モデルの構造

世代重複モデルの枠内で資産選択の問題について考える。各世代は同じ規模の人口を擁し、全人口は 1 に基準化する。消費者はつぎの目的関数を最大化する。

$$\max_{\{c_t, m_t\} \geq 0} \; E_0 \left[\int_0^T e^{-\rho t} u(c_t, m_t) dt + e^{-\rho T} \phi(a_T) \right] \tag{1}$$

ここで c_t は消費、m_t は実質貨幣残高、a_T は死亡時の資産である。予算制約は

$$dk + dm = (wz + rk + x - c - \pi m) dt \tag{2}$$

* 創価大学名誉教授

と表される。k は資本ストックを表し、π はインフレ率、w は実質賃金、z は労働効率、r は実質利子率、x は政府による移転支払である。総資産を a とすると

$$da = (ra + wz + x - c - Rm)dt$$

となる。$R = \pi + r$ は名目利子率であり、$(\pi + r)m$ は貨幣を保有することで失われる利子収入である。資本と貨幣が負となるのを避けるために、$a \geq a_{\min} \geq 0$ とする。また数値計算の必要上、資産に上限を設けて $a \leq a_{\max}$ とした。労働効率はつぎの拡散過程に従う。

$$dz_t = \theta(\mu - z_t)dt + \sigma dW_t \quad , \quad z_t \in [z_1, z_2]$$

ただし、W_t は標準ブラウン運動である。

上の最適化問題に動的計画法を適用すると、HJB 方程式は

$$\rho V(a,z,t) = \max_{c,m}\left\{u(c,m) + V_a(a,z,t)(ra + wz + x - c - Rm) + V_z(\theta(\mu - z)) + \frac{\sigma^2}{2}V_{zz}(a,z,t) + V_t(a,z,t)\right\} \quad (3)$$

と表される。ここで $V(a,z,t)$ は価値関数を表す。消費と貨幣の最適条件は

$$u_c(c,m) = V_a(a,z,t) \quad (4)$$

$$u_m(c,m) = RV_a(a,z,t)$$

である。これより

$$u_m(c,m) = Ru_c(c,m) \quad (5)$$

が成り立つ。消費と貨幣は資産と労働効率の関数であり、$c(a,z,t)$ および $m(a,z,t)$ と表記する。貯蓄は

$$s(a,z,t) = ra + wz + x - c - Rm$$

で与えられる。資産が下限に等しく $a = a_{\min}$ であるとき、$s \geq 0$ でなければならない。$s = 0$ とすれば

$$ra_{\min} + wz + x - c(a_{\min},z,t) - Rm(a_{\min},z,t) = 0 \quad (6)$$

となる。(5) と (6) 式を満たす消費と貨幣を求めて (4) に代入すると、$V_a(a_{\min},z,t)$ が得られる。$V_a(a_{\max},z,t)$ も同じようにして求める。

定常状態における状態変数の分布を $g(a,z,t)$ とする。これはつぎのコルモゴロフ方程式を満たす。

$$g_t(a,z,t) = -\partial_a(s(a,z,t)g(a,z,t)) - \partial_z(\theta(\mu - z)g(a,z,t)) + \frac{\sigma^2}{2}g_{zz}(a,z,t) \quad (7)$$

加えて規格化の条件

$$\int_{z_1}^{z_2}\int_0^{\infty} g(a,z,t)dadz = 1 \quad (8)$$

も満たさなければならない。第 T 世代については

$$g(a,z,0) = g(a,z,T)$$

が成り立つ。つまり遺産相続により、第0世代と第 T 世代の状態変数の分布は等しくなる。

代表的企業は資本と労働を用いて財・サービスを生産する。生産関数は $F(K,L)$ であり、労働は $L = 1$ に固定されている。完全競争の下での利潤最大化の条件は

$$r = F_K(K,1) - \delta \tag{9}$$
$$w = F_L(K,1)$$

である。資本ストックは

$$K = \frac{1}{T}\int_0^T\int_{z_1}^{z_2}\int_0^\infty k(a,z,t)g(a,z,t)dadzdt \tag{10}$$

で与えられる。貨幣市場は貨幣の需要と供給が等しいときに均衡する。つまり

$$\frac{M}{p} = \frac{1}{T}\int_0^T\int_{z_1}^{z_2}\int_0^\infty m(a,z,t)g(a,z,t)dadzdt \tag{11}$$

競争均衡は (3),(7),(9),(10),(11) 式を満たす $V(a,z,t)$, $g(a,z,t)$, K, M/p, r, w により定義される。数値計算ではつぎの効用関数と生産関数を用いた。

$$u(c,m) = \frac{(c^\gamma m^{1-\gamma})^{1-\eta} - 1}{1-\eta} \quad ,（0<\gamma<1, \eta>0）$$

$$F(K,L) = AK^\alpha L^{1-\alpha}\ , (0<\alpha<1) \tag{12}$$

実質利子率と実質賃金は

$$r = \alpha AK^{\alpha-1} - \delta \tag{13}$$
$$w = (1-\alpha)AK^\alpha$$

となる。また消費と貨幣保有量は

$$c = \left[\frac{\gamma Q^{(1-\gamma)(1-\eta)}}{V_a}\right]^{\frac{1}{\eta}}$$

$$m = Qc \tag{14}$$

$$Q = \frac{1-\gamma}{\gamma R}$$

で与えられる。名目利子率が高くなると貨幣需要は減少する[3)]。この式と (6) 式から下限の資産では

$$c = \gamma(ra_{\min} + wz + x)$$
$$V_a = rQ^{(1-\gamma)(1-\eta)}c^{-\eta}$$

となる。また上限の資産では

$$c = \gamma(ra_{\max} + wz + x)$$
$$V_a = \gamma Q^{(1-\gamma)(1-\eta)}c^{-\eta}$$

差分法によって HJB 方程式を満たす価値関数を求めた。資産の区間を I 等分して分点を $a_i(i=1,\ldots,I)$ とする。分点の間隔は $\Delta a = (a_{\max} - a_{\min})/I$ である。労働効率についても、$\Delta z = (z_{\max} - z_{\min})/J$ の間隔で分点 $z_j(j=1,\ldots,J)$ をとる。年齢は t_h, $h=1,\ldots,N$ で近似する。$V_{i,j,h}$ で $V(a_i,z_j,t_h)$ を近似して、つぎの式を収束条件が満たされるまで繰り返し計算する。

$$\frac{V_{i,j,h}^{n+1}-V_{i,j,h}^{n}}{\Delta}+\rho V_{i,j,h}^{n+1}=u(c_{i,j,h}^{n},m_{i,j,h}^{n})+\partial_k V_{i,j,h}^{n+1}((k_i z_j-c_{i,j,h}^{n})/p)+\partial_z V_{i,j,h}^{n+1}(\theta(\mu-z_j))+\frac{\sigma^2}{2}\partial_{zz}V_{i,j,h}^{n+1}+\frac{V_{i,j,h}^{n+1}-V_{i,j,h}^{n}}{\Delta t} \tag{15}$$

ここで

$$c_{i,j,h}^{n}=\left[\frac{\gamma Q^{(1-\gamma)(1-\eta)}}{\partial_a V_{i,j,h}^{n}}\right]^{\frac{1}{\eta}}$$

$$m_{i,j,h}^{n}=Qc_{i,j,h}^{n}$$

である。(15) は行列を用いて

$$\rho V^{n}=u^{n+1}+A^{n+1}V^{n}+\frac{1}{\Delta t}(V^{n+1}-V^{n}) \tag{16}$$

と表される。A^{n+1} は離散化した a_t と z_t の遷移行列であり、V^n は $V_{i,j,h}^{n}$ を要素とするベクトルである。(16) は $\phi(a_T)$ を初期条件として時間を逆向きにして解く。

つぎに年齢 t_h 世代の資産と労働効率の分布を $g_{i,j}^{h}$ で近似すると

$$\frac{g^{h+1}-g^{h}}{\Delta t}=(A^{h})^{T}g^{h+1}$$

が成り立つ。これより

$$g^{h+1}=(I-\Delta t(A^{h})^{T})^{-1}g^{h} \tag{17}$$

となる。こんどは $g_{i,j}^{0}=g(a_i,z_j,0)$ を初期値として，時間を正の方向に進めて $g_{i,j}^{h}$ を求める。

つぎの手順で均衡解を求めた。

［ステップ 1］資本ストックと貨幣の初期値 K_0, $(M/p)_0$ を与える。

［ステップ 2］(13) 式から r_0 と w_0 を計算する。

［ステップ 3］HJB 方程式とコルモゴロフ方程式から $m_0(a,z)$ と $g_0(a,z)$ を求める。

［ステップ 4］$k=a-m_0(a,z)$ として

$$K_0^{*}=\Delta t\times\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}k_{i,j}g_0(a_i,z_j)\Delta a\Delta z/T$$

$$(M/p)_0^{*}=\Delta t\times\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}m_0(a_i,z_j)g_0(a_i,z_j)\Delta a\Delta z/T$$

を計算する。$|K_0^{*}-K_0|\le\varepsilon$ & $|(M/p)_0^{*}-(M/p)_0|\le\varepsilon$ ならば終了する。そうでなければ

$$K_1=\lambda K_0+(1-\lambda)K_0^{*}$$

$$(M/p)_1=\lambda(M/p)_0+(1-\lambda)(M/p)_0^{*}$$

としてステップ 2 へ戻る。

解に近い良い初期値を与えると少数回反復しただけで収束し、世代数を増やしても計算時間はあまり変わらない。

2．計算結果

$T = 80$ で各世代の人口は 1/80 とする。パラメータは $\rho = 0.05, \gamma = 0.6, \eta = 2, A = 1, \alpha = 0.36, \delta = 0.05, \theta = 0.8, \mu = 1, \sigma = 0.2$ とした。貨幣増加率（インフレ率）は $\pi = 0.04$ に設定する。$0 \le a \le 20, 0.5 \le z \le 1.5$ の区間に 100 と 50 の分点をとる。$N = 160, \Delta t = 0.5$ であり経済は 160 世代から構成される。前節のアルゴリズムを実行すると、均衡利子率は $r^* = 7.12\%$ となる。また資本ストックは $K^* = 5.478$ であり、実質貨幣残高は $(\mathrm{M}/p)^* = 9.734$、実質賃金は $w^* = 1.181$、総消費は $C^* = 1.590$ となる。図 1 は世代ごとにいくつかの集計量を示している。消費は年齢とともに増加し、60 歳を過ぎると一段と増加する。貯蓄の取り崩しがこれを可能としている。各世代は同じ人口を擁するので、高齢になるほど多く消費することがわかる。計算結果は、若年期の貯蓄を老年期に取り崩すという消費のライフサイクル仮説と整合的である。貯蓄の動きを反映して、総資産も 60 歳前後でピークに達する。最後の図は資本ストックの動きを示している。明らかに資本は総資産と同じパターンに従って変化する。

異質的主体モデルの優れた点は格差問題を分析できることである。現在のモデルでも労働効率の違いにより資産や所得の格差が生じる。これらの格差は年齢によって異なる可能性がある。そこで世代ごとに資産についてジニ係数を計算すると、最終世代は 0.169 で最も高く、最も低いのは第 119 世代の 0.035 である。どの世代も 0.2 より低く、取り立てて問題にするほどではない。ただし後で示すように、インフレ率が高くなると格差は急激に拡大する。図 2 は消費の policy function である。図から分かるように、労働効率は消費にほとんど影響せず、もっぱら資産が消費を決定している。貨幣需要と消費の間には $m = 5.994c$ という関係がある。このため消費関数と同じ形の関数となる。元のシドラウスキーモデルでは、長期的に貨幣の中立性が成り立つ。しかし現在のモデルでは貨幣は長期的にも実質効果を持つ。この点を数量的に示すために、貨幣増加率を変えて計算した（表 1）。貨幣増加率が高くなると、投資の拡大で資本は増加して消費も増える。インフレで購買力の低下した貨幣に代わって資本が保有されるからである（トービン効果）。資本の増加で実質賃金は上昇して実質利子率は低下する。しかし実質利子率の低下は限定的で、フィッシャー効果により名目利子率は大幅に上昇する。またインフレは実質貨幣残高を減少させる。このため資本ストックは増加するものの、総資産は減少する。貨幣供給が増えると、政府の実質移転支払は大きくなる。また資産格差は拡大するが、問題となるほどではない。貨幣の増加にともなうインフレは経済に様々な影響を与える。それらは最終的に効用の変化となって現れる。この点を調べるために、第 t 世代の効用をつぎのように定義した。

$$U(t) = \int_{z_1}^{z_2}\int_0^{\infty} u(c(a,z,t), m(a,z,t))g(a,z,t)\,da\,dz \tag{18}$$

計算結果によると、インフレによってすべての世代で効用は低下する。例えば $U(0)$ は $\pi = 0.04$ のときは 0.534 で、$\pi = 0.15$ になると 0.485 に低下する。消費の拡大効果を貨幣の減少が相殺する

からである。

全要素生産性は、経済パフォーマンスを決定する最も重要な要因である。何らかの理由で、全要素生産性が 1.2 に上昇したとする。理論的に予想される通り、経済パフォーマンスは改善する。すなわち新しい定常状態において資本ストックと消費は増加し、実質賃金は上昇して資産格差は縮小する。これを反映してすべての世代で効用は高くなる。

先進国の政府は税制を通じた所得再分配政策を実施している。現在のモデルを用いて再分配政策の効果を調べてみよう。政府は賃金に課税して税収を高齢者に分配する。60歳で退職した後は年金を受け取る。現役時代は 1 単位の労働を供給して税金（保険料）を支払う。退職前と退職後で予算制約は異なる。現役時代の予算制約式は

$$da = ((1 - \tau)wz + ra - c - Rm)dt \tag{19}$$

である。退職後は

$$da = (ra + b - c - Rm)dt \tag{20}$$

となる。ここで b は退職前の賃金と無関係に支給される年金である。$b = 3\tau w$ であれば、支給総額と税収は等しくなる。税率を $\tau = 0.3$ に固定して、年金額は賃金に連動して調整される。モデルの解を求めると、$K^* = 6.185$, $w^* = 1.233$, $r^* = 6.22\%$, $b = 0.370$ となる。年金の無い場合と比べて資本は増加し、実質利子率は低下して実質賃金は高くなる。税率を $\tau = 0.5$ まで引き上げると、$K^* = 5.967$, $w^* = 1.218$, $r^* = 6.47\%$, $b = 0.609$ となる。したがって年金制度の拡充は資本ストックと生産の減少をもたらす。これは老年期の年金が若年世代の貯蓄を減らすためである[4)]。

一部の国は積立方式を採用している。これは一種の貯蓄プログラムであり、若年期の貯蓄で資産を購入し、老年期に元本と収益を受け取る。積立方式は実質的に強制貯蓄であり、政府の定めた貯蓄額が自発的な貯蓄額を上回る場合だけ意味がある。現在のモデルを用いて積立方式の経済効果を調べてみよう。自発的な貯蓄が強制貯蓄 $fs = 0.5$ を上回るときはそのまま貯蓄を行う。下回るときは不足分を追加貯蓄する。図3 は年金が有るときと無いときの貯蓄を比較している。現役世代の自発的な貯蓄は強制貯蓄を下回っており年金政策は有効に機能している。均衡状態において $K^* = 6.237$, $w^* = 1.237$, $r^* = 6.16\%$ となり、年金の無いときより資本は増加して、実質利子率は低下し実質賃金は上昇する。資産のジニ係数は一段と低くなる。

図１　世代別の集計値

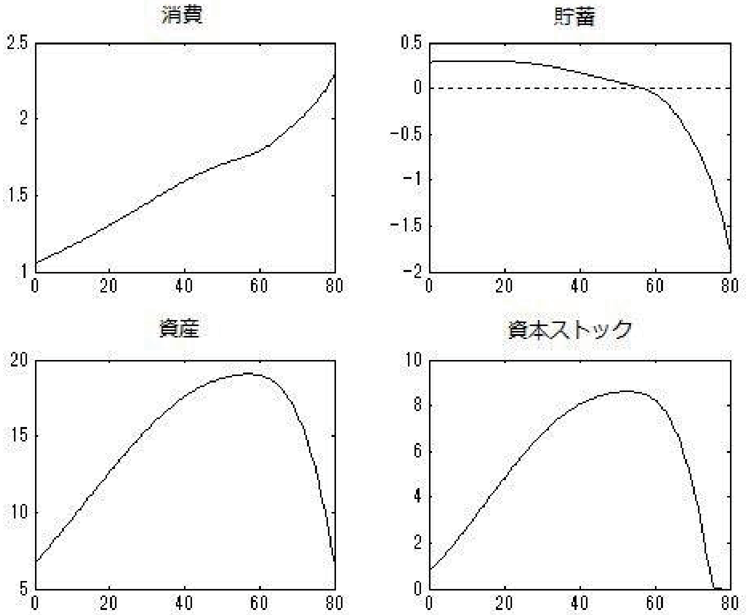


図２　消費の policy function

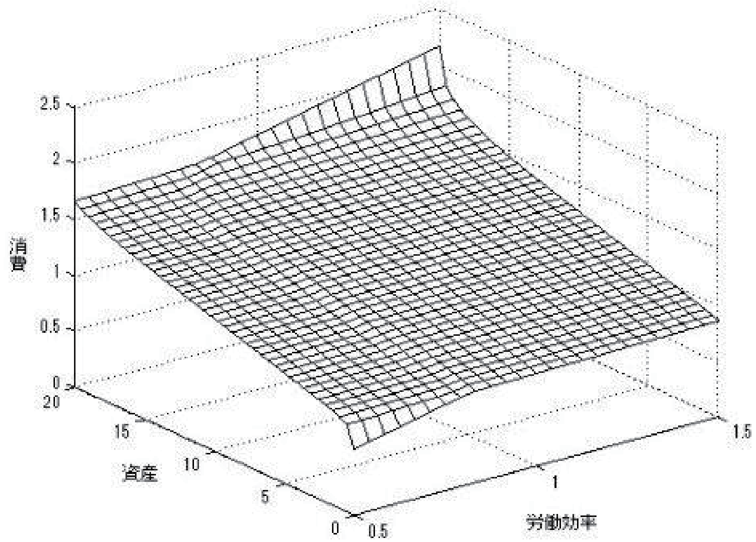
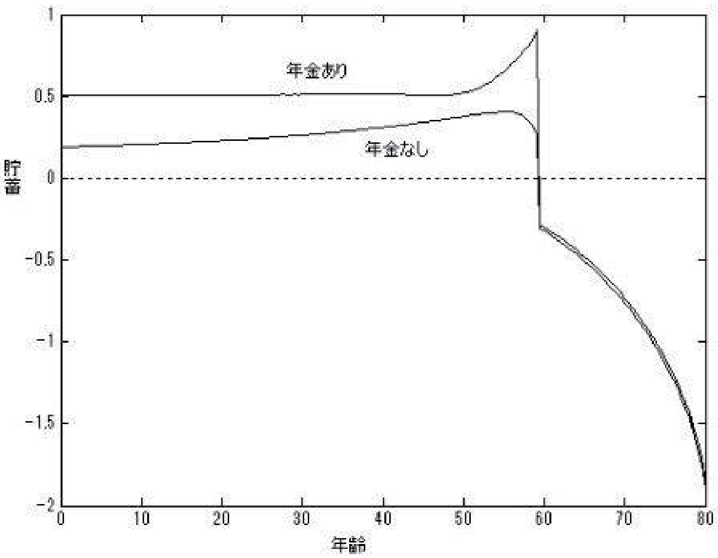


表１　貨幣増加率とマクロ変数の関係

貨幣増加率 (%)	4	6	8	10	12	14	16	18	20
資本ストック	5.478	5.691	5.832	5.930	6.003	6.058	6.103	6.139	6.169
実質賃金	1.181	1.197	1.208	1.215	1.220	1.224	1.227	1.230	1.232
実質利子率 (%)	7.12	6.83	6.65	6.52	6.43	6.37	6.31	6.27	6.24
名目利子率 (%)	11.12	12.83	14.65	16.52	18.43	20.37	22.31	24.27	26.24
実質貨幣残高	9.531	8.334	7.358	6.557	5.900	5.356	4.900	4.513	4.181
移転支払	0.381	0.500	0.589	0.656	0.708	0.750	0.784	0.812	0.836
資産のジニ係数	0.091	0.106	0.118	0.126	0.133	0.137	0.141	0.143	0.146
効用	0.679	0.665	0.651	0.637	0.623	0.609	0.596	0.584	0.571

図３　公的年金と貯蓄



3. 労働時間が変化する場合

これまで現役世代の労働時間は一定としてきた。つぎに労働時間が変化する場合について検討しよう。現役世代の効用関数をつぎのように変更する。

$$u(c,m,l) = \frac{(c^{\gamma} m^{\lambda} (1-l)^{1-\gamma-\lambda})^{1-\eta} - 1}{1-\eta} \quad , \quad (0<\gamma<1, 0<\lambda<1, \eta>0)$$

ここで l は労働時間を表し、$1-l$ は余暇時間である。予算制約は

$$da = (ra + (1-\tau)wzl + x - c - Rm)dt \tag{21}$$

で与えられる。予算制約のもとで効用が最大となるように消費、貨幣保有量、および労働時間を決定する。動的計画法を適用すると、HJB 方程式は

$$\rho V(a,z,t)=\max_{c,m,l}\left\{u(c,m,l)+V_a(a,z,t)(ra+(1-\tau)wzl+x-c-Rm)+V_z(\theta(\mu-z))+\frac{\sigma^2}{2}V_{zz}(a,z,t)+V_t(a,z,t)\right\} \quad (22)$$

となる。消費と貨幣、労働時間の最適条件は

$$\begin{aligned} u_c &= V_a(a,z,t) \\ u_m &= RV_a(a,z,t) \\ u_l &= -(1-\tau)wzV_a(a,z,t) \end{aligned} \quad (23)$$

である。これより

$$\begin{aligned} c &= \left[\frac{\gamma H_1^{\lambda(1-\eta)}H_2^{(1-\gamma-\lambda)(1-\eta)}}{V_a}\right]^{\frac{1}{\eta}} \\ m &= H_1 c \\ l &= 1-H_2 c \end{aligned} \quad (24)$$

となる。ただし

$$H_1=\frac{\lambda}{\gamma R},\quad H_2=\frac{1-\gamma-\lambda}{\gamma(1-\tau)wz}$$

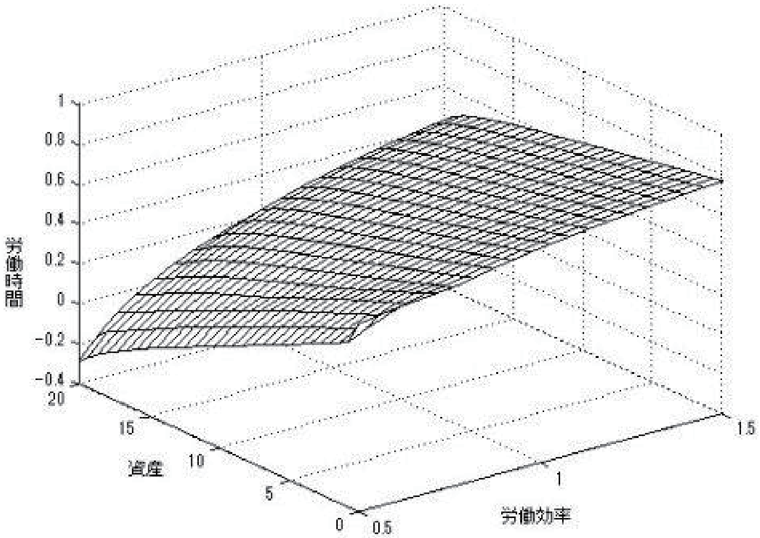
である。(24) 式によると、税率が高くなると労働時間は短くなり余暇時間が増える。資産が $a = a_{\mathrm{mix}}, a_{\max}$ であれば、貯蓄はゼロでなければならない。このため、
$ra + (1-\tau)wzl + x - c - Rm = 0$ が成り立つ。この式と (23) 式から

$$c(a_{\min},z,t)=\frac{ra_{\min}+(1-\tau)wz+x}{1+(1-\tau)wzH_2+RH_1}$$

$$V_a(a_{\min},z,t)=\frac{\gamma H_1^{\lambda(1-\eta)}H_2^{(1-\gamma-\lambda)(1-\eta)}}{c(a_{\min},z,t)^{\eta}}$$

となる。$a_{\min}$ の代わりに $a_{\max}$ とすれば、$c(a_{\max},z,t)$ と $V_a(a_{\max},z,t)$ が得られる。税率を $\tau = 0.3$ として市場均衡を求めた。効用関数のパラメータは $\gamma = 0.4$, $\lambda = 0.3$, $\eta = 2$ とする。引退世代の効用関数はこれまでと変わらない。数値計算の結果、$K^* = 5.459$, $L^* = 0.346$(総労働), $w^* = 1.179$, $r^* = 7.15\%$ となる。労働時間を $l = 1$ に固定した場合と比べて、資本は減少して実質利子率は上昇する。60 歳になるまで資産は増加し、引退後は減少する。また高年齢の世代ほど貯蓄は少なくなり、60 歳になる前に貯蓄は負となる。世代別のジニ係数は引退するまで低下し、その後は高くなり資産格差は拡大する。図 4 は 30 歳のときの労働時間を示している。労働時間は労働効率が高くなると長くなり、資産が増えると短くなる。先に指摘したように、現在のモデルでは貨幣

図４　労働時間



は長期的にも実質効果を持つ。貨幣増加率が 10% に上昇すると、$K^* = 5.737$, $L^* = 0.339$, $w^* = 1.200$, $r^* = 6.77\%$ となり、資本は増加して実質利子率は低下する。インフレ率が 4% であれば全世代の消費は 0.869 で、実質貨幣残高は 5.604 となる。10% になると消費は 0.882、貨幣残高は 3.787 に減少する。消費と余暇時間は増えるが、貨幣の減少で効用は 0.241 から 0.165 へ低下する。したがってインフレ政策によって経済パフォーマンスは悪化する。

４. 結語

通常、資産選択モデルでは投資家の年齢は考慮しない。現役世代も退役世代も同じ投資行動を取ると考えられているからである。しかし実際にはライフステージに合わせて投資が行われている。消費のライフサイクル仮説によると、現役時代に資産を蓄積し、退職後にそれを取り崩す。資産は年齢とともに増加し、退職すれば減少するのが典型的なパターンである。現在のモデルに即していえば、資本に振り向けられる資産はライフステージに応じて変化する。米国では株価の上昇が資産格差をもたらしているが、株価の影響は資産の保有状況によって違ってくる。したがって格差問題の研究では資産の蓄積だけでなく価格変動にも目を向ける必要がある。そこでは収益率の特異性が重要な役割は果たすであろう。異質的エージェントを仮定すればモデルは相当複雑になるが、数値計算の技法を適用すれば多くのモデルは解析可能である。

注

1) 日本でも資産格差の拡大が指摘されている。その実態について Kitao and Yamada (2019) を参照せよ。

2) 異質的シドラウスキーモデルについて、釜 (2021) の第9章を参照。

3) 所得を消費で近似したフィッシャーの交換方程式は $MV = PC$ である。これより $M/P = C/V = kC$ となる。流通速度の逆数 k は Q に等しい。Q は名目利子率の減少関数であり、流通速度は利子率の増加関数となる。

4) 公的年金と貯蓄の関係について、Feldstein (1974) の有名な研究がある。それによると年金制度は資本蓄積を促進しない。Atkinson (1995) は既存の実証研究を総括して、社会保障支出は経済成長を阻害しているとは一概に言えないと結論づけている。

参考文献

釜国男 (2021)『計算経済学』日本評論社。

Atkinson, A. B. (1995) “The Welfare State and Economic Performance”, *National Tax Journal*, Vol.48, pp.171-198.

Feldstein, M. (1974) “Social Security,Induced Retirement and Aggregate Capital Accumulation”, *Journal of Political Economy*, Vol.82, pp.905-926.

Kitao, S., and T. Yamada (2019) “Dimensions of Inequality in Japan: Distributions of Earnings, Income and Wealth between 1984 and 2014”, Discussion papers 19034, Research Institute of Economy, Trade and Industry.

Kuhn, M., M. Schularick, and U. I. Steins (2019) “Income and Wealth Inequality in America, 1949-2016”, *Journal of Political Economy*, Vol.128, pp.3469-3519.

ニューラルネットワークによる微分方程式の解法（計算経済学の研究その26）

Solving Differential Equations Using Neural Networks

釜　　国男*
Kunio KAMA

これまで解析解のない微分方程式にはルンゲ・クッタ法など数値解法を適用してきた。数値的な方法によってかなり正確な解が得られるが、問題によっては初期条件や境界条件を考慮するのは簡単ではない。また離散的な解しか得られないので、サンプル点以外は内挿を行う必要がある。このような問題は以前からわかっていたが，最近、機械学習の一環としてニューラルネットワーク（以後、NN と略する）を用いた新しいアプローチが提案されている[1)]。Cybenko (1989), Funahashi (1989), Hornik et al. (1989) の関数近似の定理によると、簡単な構造の NN はあらゆる関数を任意の精度で近似可能である。この性質を利用すれば、NN を用いて微分方程式の解を数値的に求めることができる。本稿ではいくつかの常微分方程式と偏微分方程式を取りあげて、このアプローチはきわめて有効であることを示す。

1．１階常微分方程式

つぎの１階常微分方程式について考える。

$$\frac{d\Psi(x)}{dx} = f(x, \Psi) \tag{1}$$

ここで $\Psi(x)$ は方程式の解であり $x \in [0,1]$ とする。初期条件として、$\Psi(0) = A$ が与えられているものとする。(1) の解をつぎの形の関数で近似する。

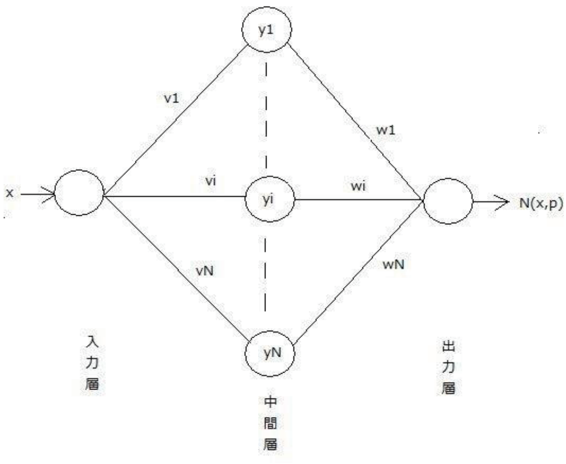
$$\Psi_t(x,p) = A + xN(x,p) \tag{2}$$

ここで $N(x,p)$ はパラメータ p をもつフィードフォワードネットワークである。$\Psi_t(0,p) = A$ であり、試行関数は初期条件を満たしている。(2) の形で初期条件を組み込む方法は形状因子法とよばれる。(1) を離散化して

$$\frac{d\Psi(x_i)}{dx} = f(x_i, \Psi(x_i)), \quad i = 1, 2, \ldots, n \tag{3}$$

* 創価大学名誉教授

図1　ニューラルネットワーク



誤差関数を

$$E(p)=\sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{d\Psi_t(x_i)}{dx}-f(x_i,\Psi_t(x_i))\right\}^2 \tag{4}$$

として最小化する。ここで、$d\Psi_t(x)/dx = N(x,p) + xdN(x,p)/dx$ である。(1) の数値解は $\Psi_t(x,p^*)$, $p^* = \arg\min_p E(p)$ で与えられる。誤差関数の最小化には準ニュートン法を用いた。

図1はネットワークの構造を示している。入力層と出力層は1個のニューロンからなり、中間層にはN個のニューロンを配した。入力層にインプットされた x は中間層で処理されて出力層に入り最終的な処理を受ける。入力と出力の関係はつぎのように表される。

$$N(x,p)=\sum_{i=1}^{N}w_i y_i \tag{5}$$

$$y_i = f(v_i x + \theta_i) \tag{6}$$

ここで v_i と w_i は入力 – 中間層、および中間 – 出力層を結ぶ結合係数であり、θ_i は中間層の閾値である。係数ベクトルを、$p = (v_1,...,v_N, \theta_1,...,\theta_N, w_1,...,w_N)$ と記す。(6) の関数 $f(\cdot)$ は活性化関数である。様々な関数が提案されているが，ここではシグモイド関数

$$f(x)=\frac{1}{1+e^{-x}} \tag{7}$$

を用いる。これは y = 0 と y = 1 を漸近線とする単調増加関数であり、$\lim_{x\to\infty} f(x)=1$, $\lim_{x\to-\infty} f(x)=0$, $f'(x)=f(x)\{1-f(x)\}$ となる[2)]。中間層のニューロンは10個として、結合係数は全部で30となる。中間層を2層としたりニューロン数を増やすと近似精度は高くなるが、誤差関数の収束解を得るのは難しくなる。

以上の方法でつぎの常微分方程式を解いてみよう。

$$\frac{d\Psi}{dx}=e^{-2x}-2\Psi \tag{8}$$

$$0\le x\le 2,\ \Psi(0)=0.1$$

解析解があり、$\Psi_a(x)=0.1e^{-2x}+xe^{-2x}$ となる。数値計算では x の値域を 50 等分して、試行解を $\Psi_t(x)=0.1+xN(x,p)$ とする。なお、$\Psi_t(0)=0.1$ であり試行解は初期条件を満たしている。計算の結果、結合係数と閾値はつぎのようになる。

$y_1=f(0.1099x-0.1930)$, $y_2=f(-4.2244x-1.5336)$, $y_3=f(-0.0547x+0.0148)$,

$y_4=f(-0.0936x-0.0903)$, $y_5=f(-0.5312x+0.2153)$, $y_6=f(0.0802x+0.2784)$,

$y_7=f(0.1848x+0.3098)$, $y_8=f(-2.2013x-0.3327)$, $y_9=f(-0.1715x-0.3663)$,

$y_{10}=f(0.0047x+0.0339)$

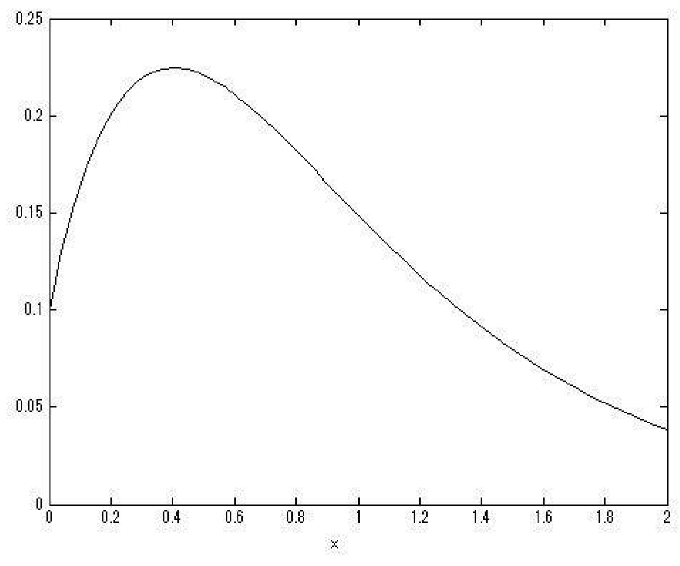
$$N(x,p)=0.0323y_1+1.6961y_2+0.0053y_3+0.0706y_4-0.2490y_5$$
$$-0.0932y_6-0.1001y_7+1.3673y_8+0.2381y_9+0.0534y_{10}$$

$N(x,p)$ は x の減少関数となる。解析解と数値解から誤差を求めると、RMSE は 3.8940*e*-05 となり高精度の解が得られる。図２は $\Psi_t(x,p)$ を示している。４次のルンゲ・クッタ法による RMSE は 0.0070 となり、NN の方がより精度は高い。しかも陽表的な解が得られる。境界ペナルティ法を適用することもできる。この場合、(4) 式のかわりに

$$E(p)=\sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{d\Psi_t(x_i)}{dx}-f(x_i,\Psi_t(x_i))\right\}^2+\lambda\left(\sum_{i=1}^{N}w_i f(\theta_i)-0.1\right)^2$$

を最小化する。ここで $\lambda>0$ はペナルティ係数である。この方法を用いると誤差の RMSE は 4.8427*e*-04 となり、形状因子法とほとんど差はない。

図２ １階常微分方程式の数値解



2．２階常微分方程式

消費のライフサイクルモデルによると、消費者は予算制約のもとで生涯の効用を最大化する。いくつかの仮定をおくと、資産はつぎの２階常微分方程式に従う。

$$\ddot{A} = (2r-\rho)\dot{A} + r(\rho - r)A + (\rho - r)w$$

利子率は $r = 0.1$ で、割引率は $\rho = 0.05$、賃金は $w = 2$ とすると

$$\ddot{A} = 0.15\dot{A} - 0.005A - 0.1 \qquad (9)$$

となる。初期条件と境界条件は $A(0) = 0, A(T) = 0$ とする。計画期間は $T = 3$ とすると、(9) の解は

$$A(t) = 37.2142e^{0.05t} - 17.2142e^{0.1t} - 20$$

で与えられる。数値解法ではつぎの試行関数を用いる。

$$A(t,p) = t(3-t)N(t,p) \qquad (10)$$

簡単な計算により

$$\frac{dA(t,p)}{dt} = (3-2t)N(t,p) + t(3-t)\frac{dN(t,p)}{dt}$$

$$\frac{d^2A(t,p)}{dt^2} = -2N(t,p) + 2(3-2t)\frac{dN(t,p)}{dt} + t(3-t)\frac{d^2N(t,p)}{dt^2}$$

となる。ここで

$$\frac{dN(t,p)}{dt} = \sum_{i=1}^{N} v_i w_i y_i (1-y_i)$$

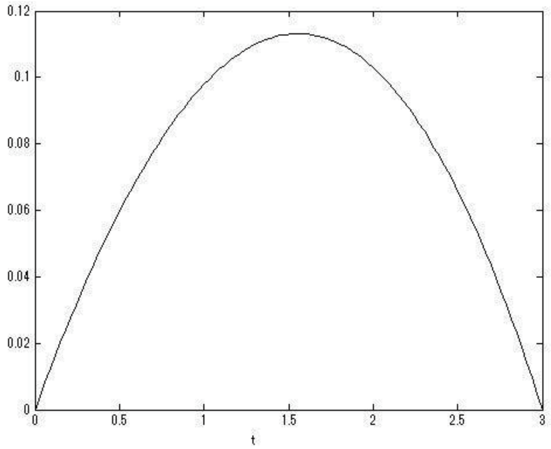
$$\frac{d^2N(t,p)}{dt^2} = \sum_{i=1}^{N} v_i^2 w_i y_i (1-y_i)(1-2y_i)$$

である。区間 [0,3] に 100 の分点をとり

$$E(p) = \sum_{i=1}^{100}\left\{\frac{d^2A(t_i,p)}{dt} - (0.15\frac{dA(t_i,p)}{dt} - 0.005A(t_i,p) - 0.1)\right\}^2 \qquad (11)$$

を最小化して結合係数を求めた。図３は資産の最適経路を示している。資産は計画期間の前半は増加し、後半になると減少して最終的に 0 となる。平均二乗誤差は 1.0751*e*-05 とほとんど 0 となり正確な解が得られる。消費は、$c = w + rA(t,p) - dA(t,p)/dt$ から計算する。従来の方法ではシューティング法を適用するが、計算は簡単ではない。対照的にニューラルネットワークを用いた方法は簡単な計算で済む。

図３　資産の変動



３．連立微分方程式

つぎに連立１階微分方程式

$$\frac{d\Psi_i}{dx} = f_i(x, \Psi_1, \Psi_2, ..., \Psi_K) \tag{12}$$

$$\Psi_i(0) = A_i, \quad (i = 1, 2, .., K)$$

の解を求める。この場合、つぎの関数に１つのネットワークを充てる。

$$\Psi_{t_i}(x) = A_i + xN_i(x, p_i) \tag{13}$$

$K = 2$ であれば２つのネットワークが必要となる。誤差関数を

$$E(p) = \sum_{k=1}^{K} \sum_{i=1}^{n} \left\{ \frac{d\Psi_{t_k}(x_i)}{dx} - f_k(x_i, \Psi_{t_1}, \Psi_{t_2}, ..., \Psi_{t_K}) \right\}^2 \tag{14}$$

と定義する。

この方法でつぎの連立微分方程式を解いてみよう。

$$\frac{d\Psi_1}{dx} = \Psi_1 - 4\Psi_2$$

$$\frac{d\Psi_2}{dx} = \Psi_1 + \Psi_2 \tag{15}$$

$$0 \le x \le 2, \ \Psi_1(0) = 2, \ \Psi_2(0) = 3$$

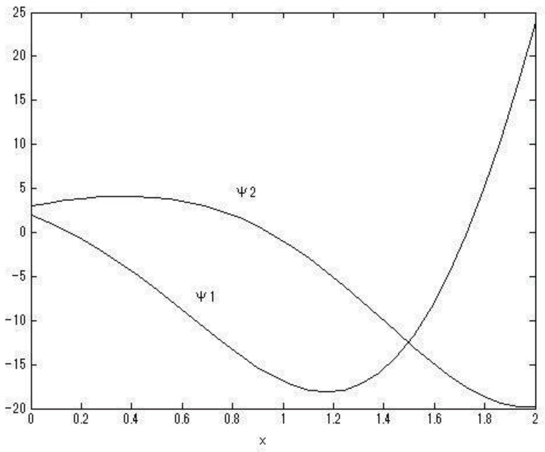
解析解は

$$\Psi_{a1}(x) = -2e^x + 4e^x \cos^2(x) - 12e^x \sin(x)\cos(x)$$

$$\Psi_{a2}(x) = -3e^x + 6e^x \cos^2(x) + 2e^x \sin(x)\cos(x)$$

となる。(13) 式によりつぎの関数を試みる。

図４　連立微分方程式の数値解



$\Psi_{t_1}(x) = 2 + xN_1(x, p_1)$

$\Psi_{t_2}(x) = 3 + xN_2(x, p_2)$

変数 x について 30 の分点を取って計算すると、(15) の RMSE はそれぞれ 0.1739、70.1204 となる。これまで検討したのと比べると、誤差は大きくなる。その一つの理由として考えられるのは、NN のパラメータが２倍に増えたことである。図4 は $\Psi_{t_1}(x)$ と $\Psi_{t_2}(x)$ をプロットしている。

４. 偏微分方程式

ニューラルネットは偏微分方程式にも適用可能である。一例として、つぎのポアソン方程式に適用しよう。

$$\frac{\partial^2\Psi(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Psi(x,y)}{\partial y^2} = h(x,y) \tag{16}$$

計算領域は $x,y \in [0,1]$ で、４つの境界条件：$\Psi(0,y) = g_1(y)$, $\Psi(1,y) = g_2(y)$, $\Psi(x,0) = g_3(x)$, $\Psi(x,1) = g_4(x)$ を課す。解候補としてつぎの関数を試みる。

$$\Psi_t(x,y) = A(x,y) + x(1-x)y(1-y)N(x,y,p) \tag{17}$$

NN の入力層は x と y に対応する２つのニューロンを含み、$A(x,y)$ は

$$\begin{aligned} A(x,y) = (1-x)g_1(y) + xg_2(y) + (1-y)\{g_3(x) - [(1-x)g_3(0) + xg_3(1)]\} \\ + y\{g_4(x) - [(1-x)g_4(0) + xg_4(1)]\} \end{aligned} \tag{18}$$

とする。誤差関数は次式で定義する。

$$E(p) = \sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{\partial^2\Psi(x_i,y_i)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Psi(x_i,y_i)}{\partial y^2} - h(x_i,y_i)\right\}^2 \tag{19}$$

つぎの偏微分方程式について考える。

$$\frac{\partial^2\Psi(x,y)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\Psi(x,y)}{\partial y^2}=6x-2x^2+12y-2y^2 \tag{20}$$

(16) 式で $h(x,y) = 6x - 2x^2 + 12y - 2y^2$ であり、境界条件は

$$\begin{cases} g_1(y)=2y^3 \\ g_2(y)=1-y^2+2y^3 \\ g_3(x)=x^3 \\ g_4(x)=2-x^2+x^3 \end{cases} \tag{21}$$

である。この場合、(18) 式の $A(x,y)$ は

$$A(x,y) = xy - xy^2 - x^2y + x^3 + 2y^3$$

となる。ネットワークに x と y の値をインプットし、入出力関係は
$z=\sum_{i=1}^{N} w_i f(u_i x+v_i y+\theta_i)$ と表される。これより

$$\Psi_t(x,y)=xy-xy^2-x^2y+x^3+2y^3+x(1-x)y(1-y)\sum_{i=1}^{N} w_i f(u_i x+v_i y+\theta_i)$$

と表される。変数 x と y で２回微分すると

$$\frac{\partial^2\Psi_t(x,y)}{\partial x^2}=6x-2y+y(1-y)[-2z+2(1-2x)\frac{dz}{dx}+x(1-x)\frac{d^2z}{dx^2}]$$

$$\frac{\partial^2\Psi_t(x,y)}{\partial y^2}=-2x-12y+x(1-x)[-2z+2(1-2y)\frac{dz}{dy}+y(1-y)\frac{d^2z}{dy^2}]$$

となる。20 の分点をとり、(19) を最小化して結合係数を求めた。形状因子法による解は図５のようになる。誤差の RMSE は 1.799e-006 となり、厳密解とほとんど区別できない。
境界ペナルティ法では誤差関数は次式で与えられる。

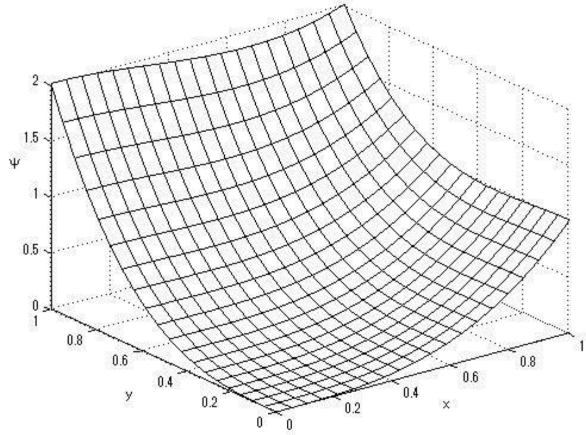
$$E(p)=\sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{\partial^2\Psi(x_i,y_i)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\Psi(x_i,y_i)}{\partial y^2}-h(x_i,y_i)\right\}^2+\lambda_1(\sum_{i=1}^{N} w_i f(v_i y_i+\theta_i)-2y^3)^2$$

$$+\lambda_2(\sum_{i=1}^{N} w_i f(u_i+v_i y_i+\theta_i)-1+y^2-2y^3)^2+\lambda_3(\sum_{i=1}^{N} w_i f(u_i x_i+\theta_i)-x^3)^2$$

$$+\lambda_4(\sum_{i=1}^{N} w_i f(u_i x_i+v_i+\theta_i)-2+x^2-x^3)^2$$

$\lambda_i = 8(i=1,...,4)$ とすると、RMSE は 0.0207 となり点 (1,1) 付近でやや大きな誤差が生じる。

図５　形状因子法による数値解



５. ブラック・ショールズ方程式

最後に取り上げるのはオプション価格に関するブラック・ショールズ方程式である。ヨーロピアン型オプションの原資産を株式とし、株価を S とすると t 時点におけるコール・オプションの価格はつぎの偏微分方程式で表される。

$$\frac{\partial V}{\partial t}+rS\frac{\partial V}{\partial S}+\frac{1}{2}\sigma^2S^2\frac{\partial^2 V}{\partial S^2}-rV=0 \tag{22}$$

ただし r は無リスク金利であり、σ^2 は株式収益率の分散である。つぎの２つの条件を満たす必要がある。

$$V(S,T)=\max(S-K,0)$$

$$V(0,t)=0$$

T は満期日で K は権利行使価格である。

いま $\tau=T-t$ とおくと、(22) 式はつぎのように書き換えられる。

$$\frac{\partial V}{\partial \tau}-rS\frac{\partial V}{\partial S}-\frac{1}{2}\sigma^2S^2\frac{\partial^2 V}{\partial S^2}+rV=0 \tag{23}$$

$$V(S,0)=\max(S-K,0)$$

$$V(0,\tau)=0$$

この方程式の解析解は

$$V(S,\tau)=S\Phi(d_1)-Ke^{-r\tau}\Phi(d_2) \tag{24}$$

$$d_1=\frac{\log(S/K)+(r+\frac{1}{2}\sigma^2)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}$$

$$d_2=d_1-\sigma\sqrt{\tau}$$

である。ただし、Φ は標準正規分布の累積分布関数である。$\tau \to 0$ のとき

$$V(S,\tau) \to \begin{cases} S-K, & S>K \\ 0, & S \le K \end{cases}$$

となる。

　つぎに NN を用いて数値的に解を求める[3)]。形状因子法では

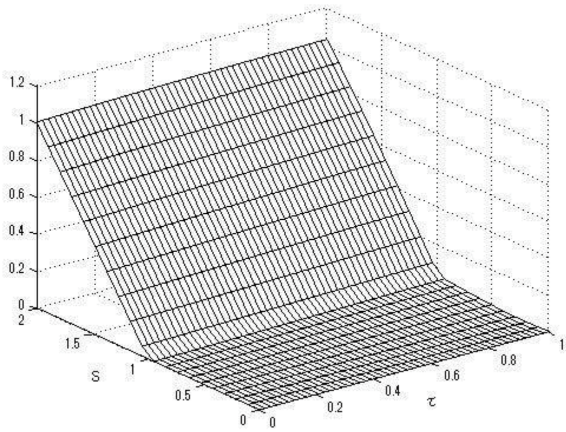
$$\Psi_t(S,\tau) = \max(S-K,0) + \tau SN(S,\tau,p) \tag{25}$$

として、誤差関数

$$E(p) = \sum_{i=1}^{n} \left\{ \frac{\partial \Psi_t}{\partial \tau} - rS\frac{\partial \Psi_t}{\partial S} - \frac{1}{2}\sigma^2 \frac{\partial^2 \Psi_t}{\partial S^2} + r\Psi_t \right\}^2 \tag{26}$$

を最小化する。$T = 1,\ K = 1,\ 0 \le S \le 2,\ 0 \le \tau \le 1,\ r = 0.05, \rho = 0.3$ として計算した。使用したのは、入力層は 2 個、出力層は 1 個のニューロンからなるネットワークである。図6 はオプションの価格を示している。$\tau = 0$ は満期日に対応し、価格は初期条件で与えられている。$\tau = 1$ から $\tau = 0$ へ移動するにつれて、満期のペイオフに近づくことが見てとれる。(24) の解析解と比べると、誤差は最大でも 0.0956 にとどまる。一方、境界ペナルティ法では最大誤差は 0.0760 となり若干精度は良くなる。ヨーロピアン型オプションについては差分法も使えるが、より複雑なタイプのオプションにはニューラルネットが適している。

図６　コール・オプションの価格



6．結語

ニューラルネットワークの関数近似能力に基づく微分方程式の解法をいくつかの例を用いて説明した。計算結果から見て、この方法は極めて有効で高精度の微分可能な解が得られる。境界条件を満たすように試行解を設定するので、制約付の最小化問題は無制約の問題に変換される。新しい解法は汎用性があり、常微分方程式だけでなく偏微分方程式にも適用可能である。また中間層が1層だけの簡単なネットワークでも良好な結果が得られた。ここでは最も簡単なネットワークを使用したが、出力層でも非線形の変換をしたり、中間層を増やすと複雑な微分方程式にも適用可能であろう。差分法に代表される従来の方法では、変数が増えると計算機のメモリーと計算時間が爆発的に増加する。一方、ニューラル微分方程式ではそうした問題は生じない。入力層のニューロンを増やすことで対処できる。また自動微分を使えば煩雑な微分の計算は必要でなくなる。今後の改善点は、サンプル点を一様に取る代わりに誤差の大きな領域では密にして近似精度を高めることである。また学習に際してサンプル点をランダムに選ぶ方法についても検討したい。

注

1) 基本的な文献は Lagaris, et al. (1998) と Chiaramonte and Kiener (2013) である。ニューラルネットについては Bishop (2006) の第５章が詳しい。
2) 釜 (2001) の第11章～第13章を参照。甘利 (1978) はニューラルネットの数理モデルについて詳しい。
3) 釜 (2018) は差分法で数値解を求めている。

参考文献

甘利俊一 (1978)『神経回路網の数理』産業図書。
釜国男 (2001)『経済行動の数量分析』多賀出版。
————, (2018)『コンピュテーショナル・エコノミクス』多賀出版。
Bishop, C. M. (2006) *Pattern Recognition and Machine Learning*, Springer.
『パターン認識と機械学習　上・下』元田浩他訳、丸善出版、2012。
Chiaramonte, M. and Kiener, M. (2013) “Solving differential equations using neural networks”, *Machine Learning Project*, Vol.1.
Cybenko, G. (1989) “Approximations by superpositions of sigmoidal functions”, *Mathematics of Control, Signals, and Systems*, Vol.2, pp.303-314.
Funahashi, K.(1989) “On the approximate realization of continuous mappings by neural networks”, *Neural Networks*, Vol.2, pp.183-192.
Hornike, K., Stinchcombe, M. and White, H. (1989) “Multilayer feedforward networks are universal approximators”, *Neural Networks*, Vol.2, pp.359-366.
Lagaris, E., Likas, A. and Fotiadis, D. (1998) “Artificial neural networks for solving Ordinary and partial differential equations”, *IEEE Transactions on Neural Networks*, Vol.9, pp.987-1000.

創価大学経済学会会則

第１条　本会は創価大学経済学会と呼ぶ。
第２条　本会は経済学およびこれに関連する諸科学の研究および教育の促進を目的とする。
第３条　本会は次の事業を行なう。
　１．研究会の開催
　２．機関誌の発行
　３．その他本会の目的を達成するために適当な事業
第４条　本会の会員は，次の４種類とする。
　１．正 会 員　本学の教授，准教授，専任講師および助教，なお創価女子短期大学の教員で入会を希望し総会の承認をえた者
　２．準 会 員　本会正会員経験者で総会の承認をえた者
　３．賛助会員　本会の趣旨に賛同し，総会の承認をえた者
　４．学生会員　本学の大学院経済学研究科経済学専攻の学生で，入会を希望し総会の承認をえた者
第５条　機関誌の発行にあたっては、掲載・編集規定に従う。
第６条　会員は各種の会合に出席することができる。
第７条　会員は所定の会費を納めなければならない。
第８条　通常総会は毎年春１回，臨時総会は必要に応じ，会長がこれを招集する。
第９条　総会は正会員の過半数によって成立し，出席者の過半数によって決議される。
第10条　本会を運営するため，経済学部長を会長とし，委員若干名からなる委員会をおく。
第11条　委員は正会員の中からこれを互選する。委員の任期は２年とし，再選を妨げない。
　ただし，連続した再任期間は４年を超えないものとする。
第12条　委員会は毎年度の事業計画および実績報告書，ならびに会計予算書および決算書を総会に提出し，承認をえなければならない。
第13条　委員会は，第３条の事業に必要な事業を行なう。会長は委員会を統轄し，本会を代表する。
第14条　本会の会計を監査するため，委員以外の正会員の中から監事を選出する。
第15条　監事の任期は１年とし，再選を妨げない。
第16条　この会則の実施に関し，必要な細目は別に総会の承認をえてこれを規定する。
第17条　この会則および諸規定の改廃は総会の決議にしたがう。

付　則
第１条　本会の事務所を創価大学経済学部内におく。
第２条　本会の会計年度は４月１日に始まり，翌年３月31日に終わる。
第３条　この会則は昭和46年９月22日よりこれを実施する。
第４条　一部改正　昭和49年５月24日。
第５条　一部改正　昭和59年４月27日。
第６条　一部改正　昭和60年４月19日。
第７条　一部改正　昭和63年４月15日。
第８条　一部改正　平成５年５月21日。
第９条　一部改正　平成７年11月10日。
第10条　一部改正　平成16年５月14日。
第11条　一部改正　平成29年５月19日。

規定第３号
第１条　本会の会費は正会員年額20,000円，準会員年額10,000円，賛助会員１口年20,000円，学生会員のうち大学院生前期課程5,000円（２年分），後期課程7,500円（３年分）とする。

創価大学経済学会正会員（五十音順）

Edwin ALOIAU
浅井　学
石井健司
◯碓井健寛
◯小島　健
掛川三千代
◯金澤伸幸
KARKI Shyam Kumar
加納直幸
勘坂純市
神立孝一
小林孝次
齋藤之美
坂本幹雄
◯佐久間貴之
杉本一郎
⦿高木　功
近貞美津子
蝶名林　俊
寺田和之
△寺西宏友
西浦昭雄
西田哲史
フヤル　モハン
◎増井　淳
◯安武妙子
山﨑　勝

⦿印は会長
◎印は編集委員長
◯印は編集委員
△印は監事

季刊　創価経済論集　第53巻　第1・2・3・4号

2024年3月31日　発行

編集・発行人　創価大学経済学会
東京都八王子市丹木町1−236
(042) 691-2211 (代)

会　長　高木　功

編集委員長　増井　淳

印　刷　株式会社　紀伊國屋書店

ISSN 0388-3027

THE SOKA ECONOMIC STUDIES QUARTERLY

THE SOKA ECONOMIC STUDIES: VOL. LIII NO. 1・2・3・4／MARCH 2024

Articles

Edited & Published by
THE SOKA UNIVERSITY ECONOMIC ASSOCIATION