

数学科の証明問題に必要な言語力に関する考察 —JSL 生徒のための日本語の表現とは—

青 木 美寿華

要 旨

本研究では、国内の学校現場で年々増加傾向にある、外国につながる生徒（以下、JSL 生徒）に必要な、数学科の証明問題で使用される日本語の表現とはどのようなものかについて考察した。数学科の証明問題は、文章題であるため、高等学校の入学試験では JSL 生徒も日本人生徒同様に、自分で解答を記述しなければならない。したがって、単純な計算問題とは異なり、証明問題を解くということは、JSL 生徒にとって難易度の高い問題として捉えられる。しかし、現状では、証明問題の文章構造や日本語の語彙のレベルなど、あまり吟味されていないのである。以上より本研究では、JSL 生徒が証明問題を解く際に必要な日本語の表現とはどのようなものかについて、実際に入学試験で出題された証明問題を分析する。そして、分析結果から数学科特有の語彙や証明問題の論理構造、文章構造について考察する。

キーワード：論理構造、文章構造、語彙

1. はじめに

昨今の教育現場では、日本語を母語としない児童生徒や、日本国籍を持っているけれども日本語指導が必要な児童生徒が全国的に増加している。このような児童生徒のことを、通称 JSL 児童生徒 と呼ぶ。外国人児童生徒は、1990 年に「出入国管理及び難民認定法」の改正が施行されたことで、滞日外国人とともに増加したと言われている。文部科学省（2016）は、「日本語能力が十分でない 子供たちへの教育について」の中で、公立学校に在籍する JSL 児童生徒の約 4 割が日本語指導を必要としており、増加傾向にあることや、日本語指導が必要な日本国籍の児童生徒が近年急増していると述べている。また、日本語指導が必要な JSL 児童生徒に関して、平成 26 年度の調査では、平成 24 年度調査よりも 2,185 人増加したことがわかった。また、日本語指導が必要な日本国籍の児童生徒は前回調査より 1,726 人増加しているという。このように、JSL 児童生徒が全国的に増加し

ていることがわかる。

以上のような、JSL 児童生徒が全国的に増加している状況を背景に、初期指導用日本語教材がいくつか作られている。しかし、JSL 児童生徒を対象とした教科学習につながる日本語教材の開発はほとんど進んでいない。

それでは、現在 JSL 児童生徒を対象とした教材にはどのような問題があるのだろうか。また、彼らが日本人と同じように教科を理解するためには、どのような日本語が必要なのであろうか。本稿では第1に、研究目的を述べる。第2に、現状で使用されている JSL 生徒を対象とした教材の特徴や先行研究を取り挙げる。第3に、第2で挙げた教材や先行研究の問題点について述べていく。第4に、本研究の方法について紹介し、研究結果と筆者自身の考察を述べていく。

2. 研究目的

本研究の目的は、数学科の証明問題で使用されている日本語の語彙や文型、論理構造、談話展開を明らかにするものである。研究の詳細は後に述べるが、JSL 児童生徒を対象とした教材は近年作成されており、また、JSL 児童生徒の日本語指導に関する研究を目にする機会も増えた。しかし、実際の教科学習で使用されている教材を、日本語の文型や表現の観点から分析している研究は未だに少ない。JSL 児童生徒が日本人児童生徒同様に、日本語で教科学習をするためには、実際の教科ではどのような日本語が使用されているのかを明らかにする必要がある。以上より本研究では、数学科の証明問題を対象に、実際の教科学習で使用される日本語を抽出し、教科学習で使用される日本語のレベルや、具体的な用法について考察する。

本研究で数学科の証明問題を研究対象とした理由は、以下の通りである。まず、数学科の証明問題は、論理的な日本語の表現を育成する分野であるためである。単純な計算問題とは違い、証明問題は定義を確認し、時には計算をしながら、論証を進め、日本語の文章で解答しなければならない。これに関しては、文部科学省（2010）が作成した『学習指導要領』の数学編において、証明問題に関する記述で「図形の合同について理解し図形についての見方を深めるとともに、図形の性質を三角形の合同条件などを基にして確かめ、論理的に考察し表現する能力を養う」とある。つまり、証明問題は、論理的な日本語の表現を育成する分野なのである。しかし、そうであるにも関わらず、これまで証明問題の日本語の表現については、研究がなされてこなかった。JSL 生徒にとって、様々な日本語の表現

を用いて解答しなければならない証明問題は、単純な計算とは異なり難しいと感
じるであろう。また、JSL 生徒が他の教科を学習する際にも、論理的な日本語の
表現は必須となってくる。以上の理由から、本研究では数学科の証明問題を対象
に日本語の分析を行う。

3. JSL 生徒を対象とした教材

最近では、JSL 児童生徒を対象とした教材が開発されつつある。例えば、樋口
(2012) が作成した『教科につなげる学習語彙・漢字ドリル』は、JSL 生徒の母
語で教科の語彙がわかるようになるという観点で作成された教材である。同著は
シリーズ化しており、語彙にはスペイン語やポルトガル語、中国語といった対訳
がついている。また、学校生活の中で使用される語彙について説明と用例が2言
語でまとめられている。次に、JSL 生徒を対象とした教材に関して言えば、文部
科学省が運営するホームページに、「かすたねっと」という JSL 児童生徒のため
の情報検索ページがある。これは、ウェブ上で公開されている JSL 児童生徒を
対象とした教材を検索できるサイトである。このサイトでは、言語や教科、地域
ごとに教材を検索することができる。以上のように、最近では JSL 児童生徒を
対象とした教材が開発されつつあることがわかる。

4. 先行研究

先述の通り、JSL 生徒を対象とした教材が作成されていることがわかったが、
JSL 生徒を対象とした数学科の証明問題に関する研究はなされているのであろう
か。JSL 生徒を対象とした数学科の証明問題に関する研究では、相川 (2013) が
生徒の母語を用いて JSL カリキュラムを基に行ったものがある。相川は、学習
ボランティア教室に通う JSL 生徒の母語で、JSL カリキュラムを参考にしつつ指
導案を作成した。この研究では、JSL カリキュラムでは生徒の母語が重視されて
いないという点や、JSL 生徒の母語を用いることで学習内容の理解が進み、生徒
の自己肯定感を高めるなどといった点が挙げられている。以上のように、JSL 生
徒を対象とした数学科の証明問題に関する研究はなされていることがわかる。

5. 問題提起

前述のJSL生徒を対象とした教材、先行研究を踏まえ、これらに対して問題提起をしたい。まず、JSL生徒を対象に作成された教材についてであるが、これらの大半が対訳付きのものか、教科特有の語彙を示したものであり、教科に関する知識を習得するための教材となっている点が問題となっていると考える。確かに、計算問題、あるいは穴埋めや選択式のものなら内容を理解していれば答えられる。しかし、文章題や証明問題となると言語能力の障壁に直面することになる。したがって、教科特有の言葉を理解するだけでは、不十分であるといえる。

次に、先行研究に関して、こちらも生徒の母語で学習させている点で、日本語指導ではなく内容理解教育になっていると筆者は考える。また、筆者と同じく数学科の証明問題を研究対象としているが、証明問題で使用されている日本語の表現や文型などの吟味がなされていない点に課題があると言える。こちらも、現行の教材と同様に、内容理解で留まっており、JSL生徒が証明問題を日本語で解答するためには、どのような日本語の表現が必要なのかが考えられていない。以上のように、JSL生徒を対象とした教材が作成され、研究もなされているが、実際の教科でどのような日本語が使用されているのかという点に関して、現状では課題があると言える。

6. 研究方法

ここでは、研究方法について述べていく。まず、本研究では、高等学校の入学試験で実際に出題された、証明問題の模範解答の記述分析を行った。なお、本研究で分析した証明問題の数は23題である。研究の手順としては、第1に、収集した証明問題を、「リーディングチュウ太」¹⁾で分析し、数学科の証明問題で使用されている語彙が、日本語能力試験のどのレベルに該当し、また一般的な日本語の文章の難易度としてどうなのかを確認する。第2に、分析した証明問題の中から1題取り上げ、数学科の証明問題の論理構造について分析を行う。論理構造の分析は、後述するが、野村・御園(2015)の論理構造図を参考に行う。第3には、証明問題の文章構造の分析を行う。こちらも論理構造同様、実際の模範解答を例に分析を行う。以上3つの手順で本研究を進め、研究結果から筆者の考察を述べていく。

7. 研究結果

ここでは、主に3つの観点より研究結果を述べていく。1点目は、証明問題で使用されている語彙のレベルの結果である。これは先述の通り、「リーディングチュウ太」によって、日本語能力試験のレベルを基準に分析を行っている。2点目は、証明問題の文章の難易度である。こちら「リーディングチュウ太」による分析であるが、1点目で行った語彙のレベルを文章全体から判断し、文章の難易度を五段階によって示したものである。以上の2点より、研究結果についてそれぞれ述べていく。

7.1. 語彙のレベル

ここでは、証明問題の模範解答全体の語彙数を、「リーディングチュウ太」を利用して日本語能力試験のレベルで示していく。第1に、証明問題の模範解答の文章23題を、「リーディングチュウ太」で分析し、表1に日本語能力試験のレベル別語彙数でまとめた。なお、「リーディングチュウ太」で示される日本語のレベルは、日本語能力試験のN1からN5以外に、級外とその他というものがある。また、「リーディングチュウ太」では、N2とN3はひとくくりにされていることを、ここで述べておきたい。

表1 日本語能力試験のレベル別語彙数

レベル	語彙数
級外	45
N1	28
N2N3	124
N4	52
N5	280
その他	505

第2に、以上で示した日本語の語彙のレベルを、図1のグラフに全体の割合として示した。グラフを見ると、以下のことがわかる。まず、証明問題の模範解答の語彙は、日本語能力試験では扱われない、「その他」と「級外」を合わせると、グラフの半数以上を占めていることが明らかになった。「その他」に含まれる語彙は、主に証明問題の中では記号で示されるものである。例えば、△ABCや≡、のなどといった、文章ではなく記号で表されたものが挙げられる。また、「級外」

とは、日本語能力試験では出題されない語彙のことを指す。例を挙げると、二等辺三角形など、教科特有の語彙はこの「級外」にすべて含まれているのである。以上より、証明問題の語彙は、日本語能力試験では出題されない、数学科特有の「その他」と「級外」が半数を占めていることが分かった。

第3に、「級外」と「その他」を除き、日本語能力試験に実際にあるN1からN5レベルの語彙を見てみる。結果として、全体の約四分之一をN5レベルの語彙が占め、次いでN2・N3レベルの語彙が、全体の約八分の一を占めていることがわかった。N1やN4レベルの語彙に関しては、それぞれ3パーセント、5パーセントとわずかな使用回数であったことがわかる。以上より、証明問題では日本語能力試験で扱われないものが多く含まれているが、日本語能力試験のレベルでいえば、N5相当の語彙が最も使用されていることがわかった。

■ 合計／級外 □ 合計／N1 ■ 合計／N2N3 ■ 合計／N4 ■ 合計／N5 ■ 合計／その他

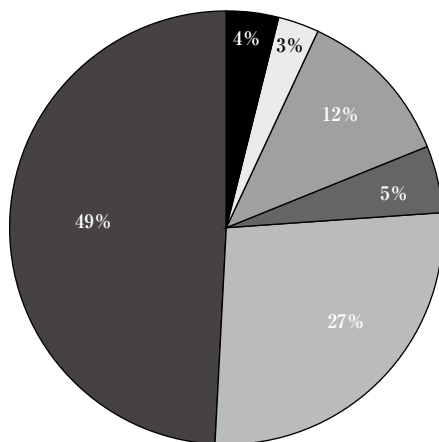


図1 語彙のレベルの割合

7.2. 模範解答文の難易度

ここでは、証明問題に解答するために必要な文章の難易度についてみていく。文章の難易度は、先述の通り五段階で、「とてもやさしい」「やさしい」「ふつう」「少し難しい」「難しい」という分類になっている。「リーディングチュウ太」で証明問題の模範解答の難易度を分析した結果、表2にまとめたように、「とてもやさしい」が1題で「やさしい」が3題、「ふつう」が11題で「少し難しい」が

7題となり、「難しい」は1題であった。また、これらの結果を割合で示すと図2のようになる。図2を確認すると、「ふつう」が全体の約半数を占め、次いで「少し難しい」と「やさしい」がそれぞれ31パーセント、13パーセントという割合になっている。つまり、証明問題の答案として書かなければならない文章は、文章全体の難易度という観点からみると、普通からやや難しい文章であることがわかる。したがって、証明問題の答案は、特別容易な文章ではないが、JSL生徒にとって特別難しい文章でもないものである。以上より、証明問題に解答するために必要な文章の難易度は、難しいものからとてもやさしいものまで幅広いが、総じていえば特別難しい文章ではないことがわかった。

表2 証明問題に解答するために必要な文章の難易度

難易度	証明問題数
とてもやさしい	1
やさしい	3
ふつう	12
少し難しい	6
難しい	1
総計	23

■ とてもやさしい □ ふつう ▒ やさしい ■ 少し難しい ▒ 難しい

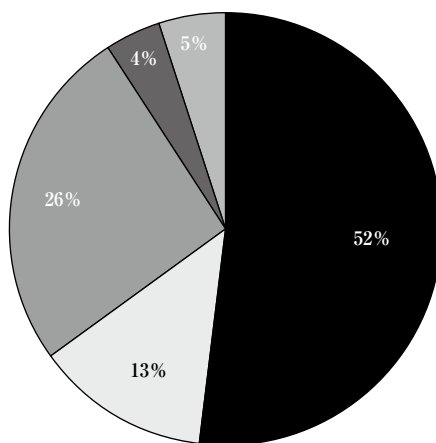


図2 証明問題に解答するために必要な文章の割合

7.3. 証明問題の論理構造

証明問題は、数式や記号、言葉を用いて論証を進めていく問題であるが、それではどのような論理構造になっているのでしょうか。まずは、実際の数学科の教材で、証明問題の道筋について解説されているものを確認していく。文理（2016）や文英堂編集部（2016）が作成した教材では、証明の進め方について図式化しておらず、「『 a ならば b である』の a の部分を仮定、 b の部分を結論」というような文章のみで証明の道筋を解説している。また、中学教育研究会（2016）や数研出版編集部（2016）が作成した教材では、文章による解説だけではなく、証明の道筋を図式化している。この両教材では、証明問題の構造に関して、仮定から結論へと導くというような解説がなされている。また、両教材は図式の中で、仮定から結論を導くためには、根拠となることがらを取り上げることについても解説している。以上のように、実際の数学科の教材では、証明問題の仕組みについて、仮説から結論を出すというような解説がされている。

しかし、以上のように、実際に使用されている教材で証明の道筋が示されているものの、野村・御園（2015）によると証明問題の論理構造の図を、一から作成している教材は皆無だという。確かに、仮定から結論へ導くために根拠を示すという、大方の道筋はどの教材にも示されているが、野村・御園が指摘するように、具体的な論理構造を一から示した教材はない。そこで、本研究では、野村・御園が示す論理構造図を参考にし、実際に高等学校の入学試験で出題された証明問題を例に、論理構造の図式化を試みた。

7.3.1. 実例からみる論理構造

ここでは、実際に出題された証明問題から論理構造をみていきたい。今回例として取り上げたのは、2015年度に神奈川県立高等学校の入学試験で出題された証明問題である。神奈川県立高等学校の入学試験では、毎年証明問題が出題されている。受験者は、問題文をよく読み、自分の力で一から証明を進めなければならない。それでは、2015年度に神奈川県立高等学校の入学試験で出題された証明問題は、どのような問題であったのだろうか。第1に、図3に実際の出題文を示した。第2に、野村・御園（2015）を参考に、図3で示した証明を進めるための論理構造を、図4のように図式化した。図4を見ると、様々な定理や図形の特徴を挙げながら証明が進められていることがわかる。この図式化した論理構造については、後に教材で扱われている証明問題の導入部分と比較しながら考察をしていきたい。

右の図のように、線分 AB を直径とする円 O の周上に、2 点 A, B とは異なる点 C を $AC > BC$ となるようにとり、線分 BC の延長上に点 B とは異なる点 D を $AB = AD$ となるようにとる。

また、点 C をふくまない \widehat{AB} 上に 2 点 A, B とは異なる点 E をとり、線分 AB と線分 CE との交点を F とする。

さらに、線分 AE 上に点 G を $AE \perp FG$ となるようにとる。

このとき、三角形 ACD と三角形 FGE が相似であることを証明しなさい。

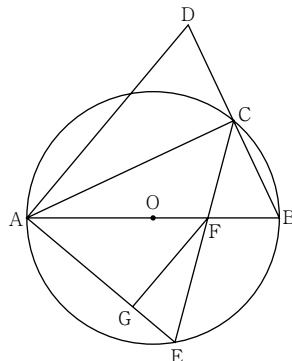


図3 2015 年度に神奈川県立高等学校の入学試験で出題された証明問題

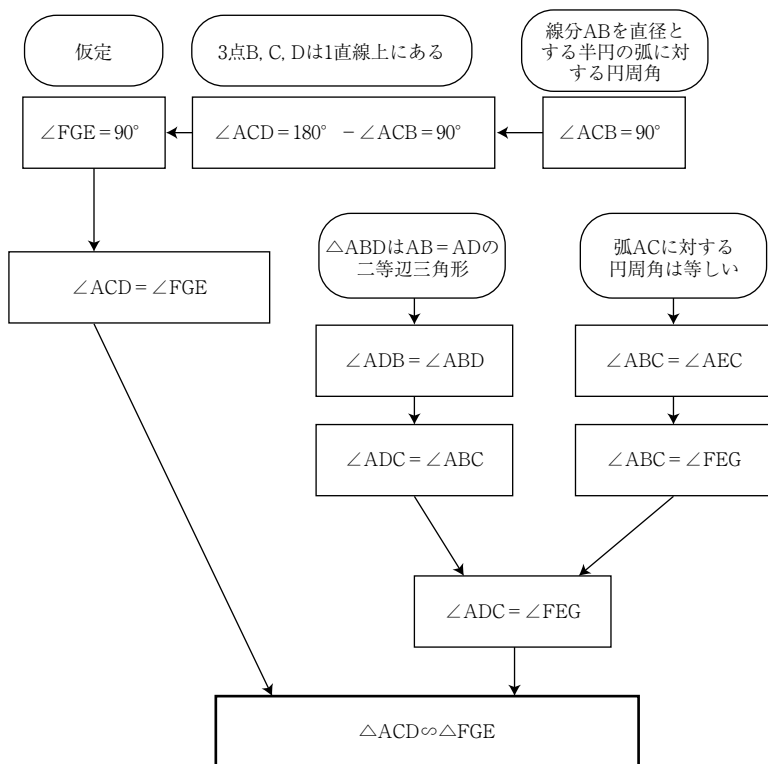


図4 図3の証明問題の論理構造

7.4. 文章構造

ここでは、証明問題の文章構造について確認したい。前述までは、証明問題の論理構造について確認したが、実際に日本語の文章を用いて論証を進めるとなると、どのような文章の構造で論証を進めなければならないのだろうか。ここでも、7.3.1 で取り上げた神奈川県立高等学校の入学試験で出題された証明問題を例に、文章構造についてみていきたい。まずは、先ほど示した図3の解答例を図5に示す。

<p>〔証明〕</p> <p>△ACDと△FGEにおいて、</p> <p>まず、∠ACBは線分ABを直径とする半円の弧に対する円周角だから、</p> $\angle ACB = 90^\circ$ <p>また、3点B, C, Dは1直線上にあるから、</p> $\angle ACD = 180^\circ - \angle ACB = 90^\circ \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$ <p>さらに、仮定から、</p> $\angle FGE = 90^\circ \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$ <p>①, ②より、</p> $\angle ACD = \angle FGE \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$	<p>次に、△ABDは$AB \equiv AD$の二等辺三角形だから、</p> $\angle ADB \equiv \angle ABD$ <p>よって、$\angle ADC \equiv \angle ABC \quad \cdots \cdots \textcircled{4}$</p> <p>また、$\widehat{AC}$に対する円周角は等しいから、</p> $\angle ABC = \angle AEC$ <p>よって、$\angle ABC = \angle FEG \quad \cdots \cdots \textcircled{5}$</p> <p>④, ⑤より、</p> $\angle ADC = \angle FEG \quad \cdots \cdots \textcircled{6}$ <p>③, ⑥より、2組の角がそれぞれ等しいから、</p> $\triangle ACD \sim \triangle FGE$
--	---

図5 2015年度に神奈川県立高等学校の入学試験で出題された証明問題の解答例

次に、図5で示した証明問題の解答例から、筆者が文章構造のフローチャートを作成し、図6で示した。図6を見ると、証明問題の文章構造は、「初めに注目する図形」と「仮定から等しい辺や角を根拠として示す部分」、「結論部分」の三部構成になっていることがわかる。以上より、証明問題の文章構造は3部構成になっており、仮定から結論へ導くためには、等しい辺や角を探し、根拠として述べていく必要があることがわかった。文章構造に関する筆者の考察は、8.3.で述べるとする。

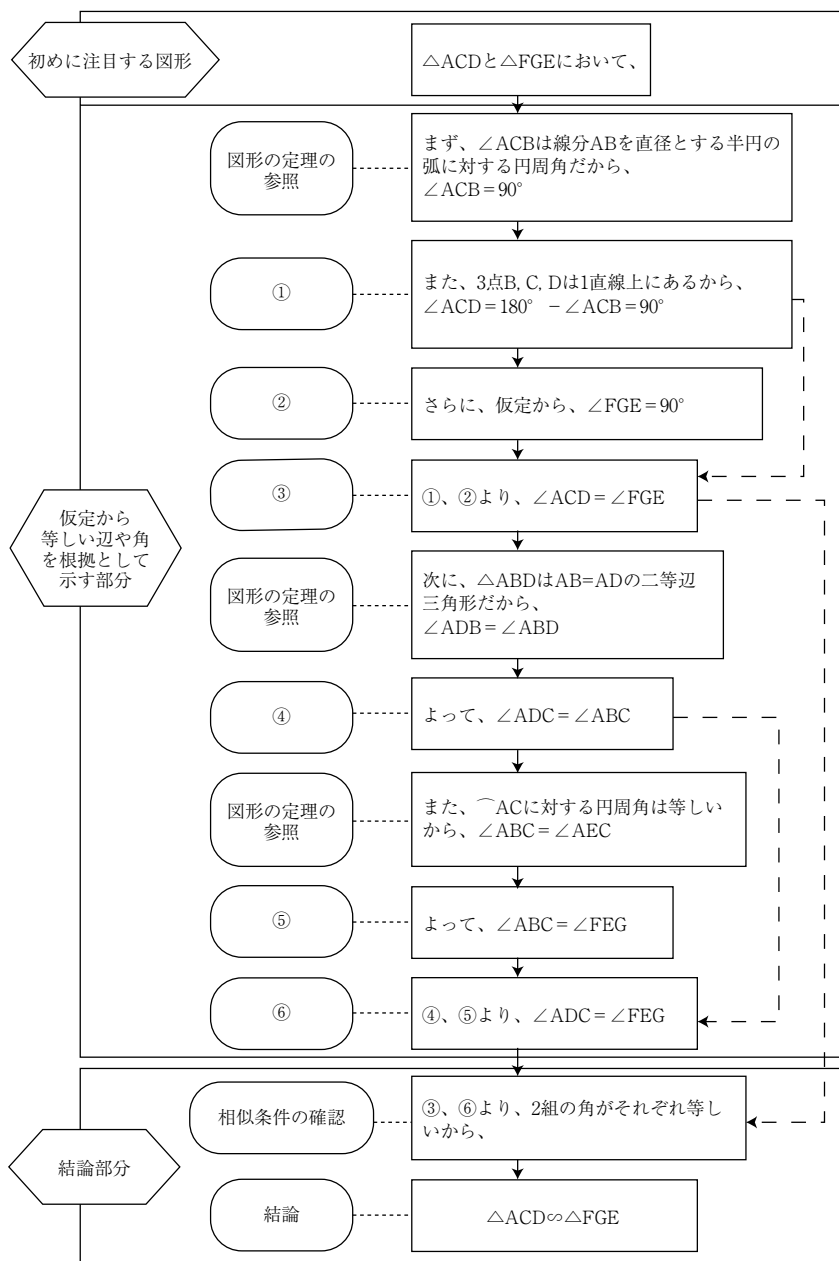


図6 証明問題の文章構造

8. 考察

ここでは、前章の研究結果を踏まえ、筆者の考察を四点にわたって述べていく。第1に、語彙や文章のレベルに関する考察を述べていく。本研究では、「リーディングチュウ太」を利用して、証明問題の模範解答を分析したが、なぜ以上のような結果になったのかを考察したい。第2に、証明問題の論理構造に関する考察を述べていく。本研究では、野村・御園（2015）が示した論理構造図を参考に、筆者が実際に出題された証明問題の論理構造を図式化した。本研究で示した論理構造図からは、どういうことが考えられるのか比較を交えて考察する。第3に、証明問題の文章構造に関する考察を述べていく。論理構造同様、本研究では文章構造も筆者が図式化した。図式化することで証明問題の文章構造から何がわかるのかを考察したい。第4に、以上の3点の考察を踏まえて、JSL 生徒を対象とした数学科の証明問題では、どのような日本語が必要なのかを述べる。以上の4点より、本研究における筆者の考察を述べていく。

8.1. 日本語の語彙や文章のレベル

ここでは、証明問題の語彙や文章のレベルに関する筆者の考察を述べる。まず、語彙のレベルや文章全体の難易度は、教科特有の単語や記号によって左右されていると考えられる。前章でも述べた通り、本研究で取り上げた証明問題の語彙数は、「級外」相当が45で、「その他」に相当するものが505であった。「級外」となった語彙は、二等辺三角形など数学科特有の語彙で、また「その他」となった語彙は記号や数式であった。つまり、日本語能力試験では扱われない語彙が、証明問題で多く登場している。この結果は、「リーディングチュウ太」が示した、証明問題に解答するために必要な文章の難易度に影響を与えていると考えられる。

それでは、数学科特有の語彙を除くと、日本語の語彙のレベルや文章全体の難易度は変わるのであろうか。筆者は、証明問題で用いられる日本語は、数学科特有の語彙を除くとさほど難易度は高くならないと考える。なぜならば、前章でもみたように、数学科特有の語彙を除くと、証明問題ではN5相当の語彙が多いことがわかるからである。つまり、数学科の証明問題は、N5に相当する文型を組み合わせて表現することも可能である。以上より、数学科特有の語彙を除くと、日本語の文型の難易度は高くないことがわかる。

8.1.1. 証明問題の日本語の難易度の比較

ここでは、「とてもやさしい」に分類された証明問題と、「難しい」に分類された証明問題を比較していく。両問題には、なぜ難易度に差が出たのであろうか。まずは、それぞれの実際の証明問題を取り上げ、両者の違いをより明確にするために、それぞれのレベル別の語彙数を表3にまとめた。

【とてもやさしい】

線分 AC、DB で折っているので、 $AH = \sqrt[3]{2}$

また、△AHI において、線分 AH を底辺とみたときの高さを h とすると、

図のように、 $AH:CD=1:4$ であるから、 $h=12 \times \frac{1}{5} = \frac{12}{5}$

よって、△AHI の面積は $\frac{1}{2} \times \sqrt[3]{2} \times 6 = \sqrt[3]{2}$

したがって、△AIJ の面積は $\sqrt[3]{2} - \frac{\sqrt[3]{2}}{5} = \frac{2\sqrt[3]{2}}{5}$

【難しい】

立体 A-BCDE は正四角すいなので、 $\triangle ABC \equiv \triangle ACD \equiv \triangle ADE \equiv \triangle AEB$

点 G, H, I, J は、それぞれ辺 AB, AC, AD, AE の中点であるから、中点連結定理より、

$GH=HI=IJ=JG$

また、 $GH+HI+IJ+JG=\ell$ であるから、 $GH=\frac{1}{4}\ell$

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times BC \times AF = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\ell \times a = \frac{1}{4}a\ell$

(1)(2)より、 $Q=4 \times \triangle ABC = 4 \times \frac{1}{4}a\ell$

$q=a\ell$

表3 「とてもやさしい」と「難しい」のレベル別語彙数

難易度	級外	N1	N2N3	N4	N5	その他
とてもやさしい	2	0	4	5	19	24
難しい	2	3	5	2	7	44

次に、実例と表3を基に、両者の難易度に差が出たことに関する考察を述べたい。まず、表3をみてみると、「とてもやさしい」の方が全体の語彙数が少なく、「難しい」の方が全体の語彙数が多いことがわかる。また、「とてもやさしい」の方は、N1に相当する語彙は出現しておらず、N5に相当する語彙数が「難しい」の2倍以上はある。一方で、「難しい」の方は、N1に相当する語彙が出現し、その他に相当する語彙が多いことがわかる。「難しい」と判定された証明問題は、数式や記号が多く、「立体」や「中点連結定理」といった数学特有の語彙が出現していることから、「リーディングチュウ太」で「難しい」と判定されたのではないか。しかし、「難しい」と判定された証明問題は、日本語の表現だけでみると、N5相当の語彙もある程度みられる。以上より、「とてもやさしい」と「難しい」の両証明問題は、数式や記号、数学特有の語彙の出現数で難易度に差が出ていることがわかる。

8.2. 論理構造に関する考察

ここでは、証明問題の論理構造に関する筆者の考察を述べていく。まず、先ほど図式化した証明問題の論理構造に関する考察を述べていく。証明問題の論理構造を図式化したことで、見えてきたものは一体何であるのか。次に、論理構造を図式化することは、どのように応用していけるのかについて述べていく。以上の2点より、論理構造に関する筆者の考察を述べていく。

8.2.1. 入学試験と教材の導入部との比較

7.3.では、証明問題の論理構造について図式化したのが、この結果からどのようなことが考えられるだろうか。まず、入学試験で出題される証明問題は、授業で証明問題が初めて導入されるときと比べ、はるかに複雑な論理構造になっているということを述べたい。図7は、証明問題の導入時に出現された問題である。また、図8は、図7の解答を論理構造化したものである。図8は前章で示した図4と比べ、単純な論理構造であることがわかる。なぜならば、図7の証明問題は、仮定を示し、三角形の合同条件に該当する箇所を示すだけで、導くべき結論が出てくるからである。以上のように、証明問題の導入部で示された証明問題は単純な論理構造となっており、入学試験で出題される証明問題の論理構造は複雑であることがわかる。

入学試験で出題される証明問題の論理構造が複雑な理由としては、出題される図形が複雑な形をしており、それを証明するだけの様々な根拠を記述しなければ

ならないためであると筆者は考える。先ほど挙げた神奈川県の実験問題の例を見ても、三角形の性質だけではなく、円や直線などの性質を根拠として記述することができなければ、この入試問題で点数を得ることは不可能である。このように、入学試験で出題されるような証明問題では、図形の性質など数学科で学習した内容をすべて活用し、論拠として記述しなければならないことがわかる。

● 証明の根拠となることがら

● ● ● ● 根拠となることがらを明らかにして、図形の性質を証明してみよう。

右の図は、線分 AB と CD の交点を E として
 $EA = EB$, $AD \parallel CB$
 となるようにかいたものである。
 このとき、 $ED = EC$ となることを証明してみよう。

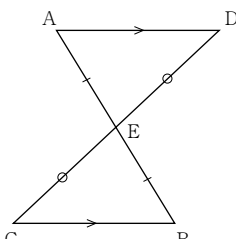


図 7 教材の導入部で出題された証明問題

※藤井齊亮ほか（2014）『新しい数学 2』より

8.2.2. 論理構造図の応用

また、今回野村・御園（2015）を参考に証明問題の論理構造を図式化したが、この論理構造図は結論から仮説へと、なぜそう結論づけることができるのか、論の道筋を一目で再確認することができると筆者は考える。ふつう、証明を進める際は、仮説から出発し、根拠を挙げ、結論を導く。しかし、それだけではなく、論理構造図式化することで、本当に自分の証明が正しいかどうかを今度は結論から仮説へと確認することができるのである。以上のように、論理構造を図式化することによって、仮説と結論の因果関係を一目で確認することができる。

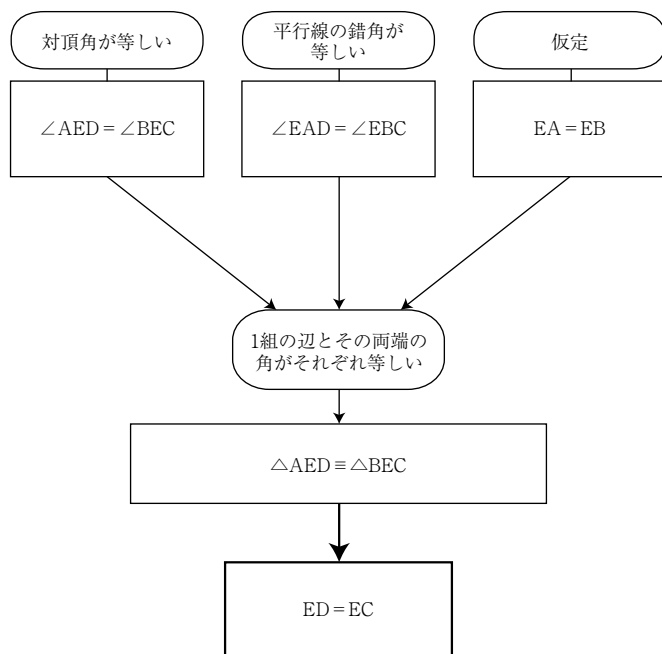


図8 数学科の教材の導入部分で示されている証明問題の論理構造

8.3. 文章構造に関する考察

ここでは、文章構造に関する考察を述べていく。前章では、神奈川県の高등학교の入学試験で出題された証明問題を例に、解答例から文章構造を図式化した。それでは、論理構造同様に、証明問題の難易度によって、この文章構造も複雑化するのだろうか。まずは、前章で示した文章構造の図6と、図7の問題を基に作成した図9を比較したい。証明問題中に出てくる図形が複雑な分、図6の方が根拠として示さなければならないものが多い。これは、前章でも確認した論理構造からもわかることである。しかし、証明問題における大まかな構成はどうだろうか。図9をみると、図6同様に「注目する図形」と「仮定から等しい辺や角を根拠として示す部分」、「結論部分」の3部構成になっていることがわかる。確かに、図9の方が問題の難易度としては低く、論証するものが少ないが、証明問題の文章構造は図6と変わらない。したがって、証明を進める際は、証明問題の難易度とは関係なく、「注目する図形」と「仮定から等しい辺や角を根拠として示す部分」、「結論部分」の3部構成で記述しなければならないことがわかる。

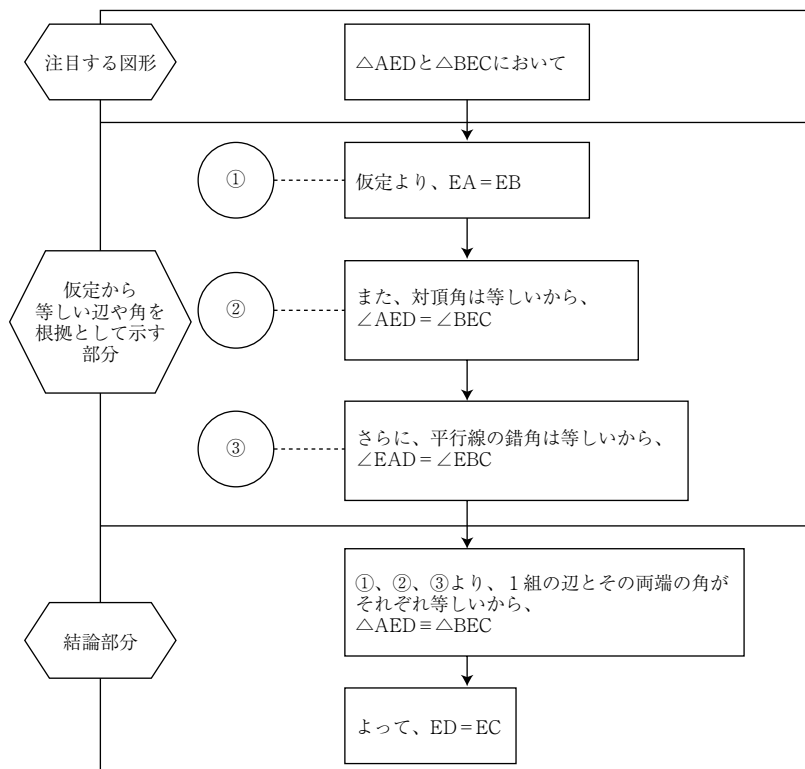


図9 数学科の教材の導入部分で示されている証明問題の文章構造

8.4. JSL 生徒を対象とした数学科の証明問題に必要な日本語

以上の研究結果並びに考察を踏まえ、筆者は証明問題に必要な日本語の表現とは、論理的に理由を述べることができる表現であると考え。筆者がこのように考えるのには、以下の3点の理由がある。1点目は、現在JSL生徒を対象とした教材の多くが、教科特有の語彙しか教えおらず、指導として不十分であるためである。確かに、研究結果からも数学科特有の語彙が証明問題の大半を占めることがわかった。しかし、数学科特有の語彙だけではなく、論証を進める際に理由を述べることができなければ、証明問題を解答することはできない。以上より、JSL生徒を対象とした数学科の証明問題では、数学特有の語彙の指導だけでは不十分であることがわかる。

2点目は、証明問題では、論理的に理由を述べながら証明を進めるものである

ためである。証明問題は、解答の際に一つひとつ丁寧に論証を重ねていくため、なぜその答えになるのか、根拠を挙げなければならない。それは、今まで確認したように、証明問題には論理構造が存在することからもわかる。したがって、根拠を挙げ理由を述べる表現は必須であり、この表現を除くとただの数式や記号の羅列になる。よって、JSL生徒を対象とした数学科の証明問題では、理由を述べる表現が必要である。

3点目は、証明問題の文章構造は、難易度に影響はなく決まった構成があるためである。論理構造からみると、複雑な証明問題であったとしても、「注目する図形」と「仮定から等しい辺や角を根拠として示す部分」、「結論部分」の三部構成で論証を進めなければ、結論にはたどり着けない。証明問題は、解答者の思い付きで論証を進めるのではなく、決まった構成に則り記述する必要がある。以上の3点より、JSL生徒を対象とした数学科の証明問題では、数学科特有の語彙だけを導入するだけではなく、JSL生徒が論理的に理由を述べるための指導が必要になると筆者は考える。

9. 証明問題の指導例

筆者はこれまで、証明問題の語彙や論理構造、文章構造を示し考察を述べた。それでは、実際にJSL生徒を対象とした指導は、どのようにしていくとよいのだろうか。本章では、まず、具体的な指導内容として、証明問題の論理構造をどのように指導していくかについて述べていく。次に、論理構造の指導内容を踏まえ、証明問題の記述指導について述べる。最後に、証明問題の指導の流れについて確認していく。以上の手順で、JSL生徒を対象とした証明問題の指導の例を述べていく。

9.1. 論理構造の指導

JSL生徒を対象とした証明問題の指導では、最初から文章を記述させることよりも、まずは出題される証明問題がどのような論理構造になっているのかを把握させる必要がある。なぜならば、証明問題の論理構造さえ理解できれば、あとは文章の型に沿って論証を進めるだけになるからである。そこで、JSL生徒に証明問題の論理構造を理解させるために、論理構造を図式化することを筆者は提案する。論理構造を図式化すれば、論証の際に論理構造図を見ながら証明の文章を書くことができる。以上のように、証明問題ではまずJSL生徒に論理構造図を理

解させることから始まる。²⁾

はじめに、論理構造を図式化する際に大切なことは、最初にゴールとなる結論を書くことである。なぜならば、論理構造の図式化では、最後に結論を書くよりも先に結論を示しておくことで、仮定と結論とのつながりをすぐに確認できるためである。以上のように、論理構造を図式化する際は、まず結論から先に書くことが重要である。

また、証明問題の論理構造の図式化においては、結論を書いたあと、出題で示された図形に注目する必要がある。つまり、ゴールを明確にした後は、スタートを決めなければならないのである。なぜならば、出題文とともに示されている図形から、結論に至るまでの根拠を探す必要があるからである。以上のように、結論を書いたあとは出題で示された図形に注目する。

次に、注目する図形と結論を示すことができたならば、今度は問題文から証明に必要な情報を抜き出す必要がある。つまり、問題文から仮定を探し出し、その仮定から注目した図形に関してどのようなことがいえるのかを、考えていかなければならない。なぜならば、証明問題では、出題された文章の中に、証明で必要となるヒントや答えが書かれているためである。したがって、注目する図形と結論を示したあとは、問題文から証明に必要な情報を抜き出す。

最後に、証明問題の出題文から仮定を探したあとは、結論を述べるための根拠を示さなければならない。そして、先ほど出題文から得た情報を手がかりに、注目した図形から等しい辺や角がないかを探し、論理構造図に示していく。その際、仮定だけではなく、既習内容である図形の性質なども挙げながら、証明に必要な根拠を示していく。先ほど述べた仮定を探す手順と等しい辺や角を探す手順は、結論にたどり着くまで繰り返していく。以上の手順より、結論への道筋を図式化していき、最後はこれまでに挙げた根拠を結論につないでいく。これで、論理構造図が完成するはずである。また、8.2.2. でも述べたが、論理構造図を完成させたあとは、本当にこれで証明できているのかどうか、結論から仮説へと図式をたどりながら確認するとよい。これまでに説明した論理構造図作成の手順は、図 10 にチャートで示した。

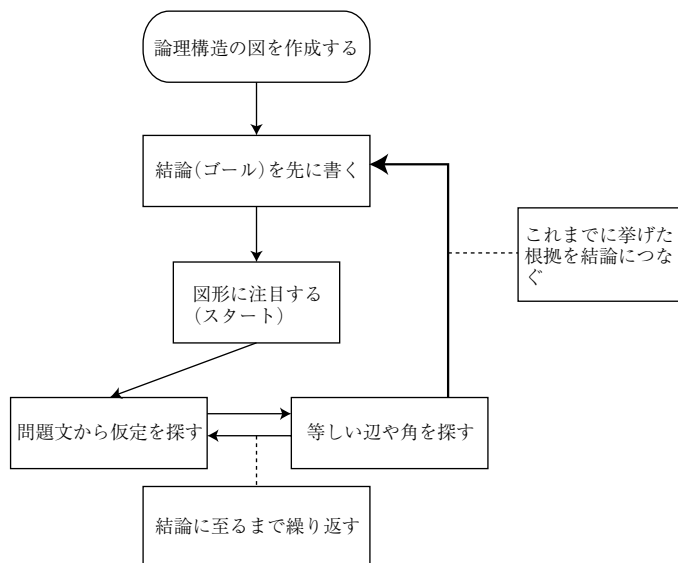


図 10 論理構造の図式化指導の流れ

9.2. 証明問題の記述指導

論理構造図を作成し終えたあとは、JSL 生徒が証明問題を文章で解答できるようにならなければならない。ここでは、作成した論理構造図を参考にしながら、証明の文章を記述する方法について述べていく。また、解答を記述する際は、7. や 8. で示した文章構造を意識しながら論証を進める必要がある。

記述指導の手順として、まずは証明問題の文章構造を確認しなければならない。7. や 8. で示した文章構造から、「注目する図形」と「仮定から根拠を挙げる部分」、「結論部分」の 3 部構成で論証を進めるということを、教師は JSL 生徒に示す必要がある。その際、先ほど作成した論理構造図を参考にしながら、論理構造図のどの部分が、文章構造のどの部分に該当するのかを確認する。以上のように、証明問題を実際に記述するためには、まず証明問題の文章構造を確認する必要がある。

次に、証明問題を実際に進める際に必要な表現について述べていく。第 1 に、証明の書き出しである「注目する図形」をみる。「注目する図形」では、「～」の部分に今回注目した図形を示し、「～において」と記述することで、これから行う論証ではどの図形についてみていくのかがわかる。第 2 に、証明問題の中身と

なる「仮定から根拠を挙げる部分」をみる。この部分では、論理構造図を参考にしながら、結論に至るまでの経緯を順番に根拠を挙げていく。その際に、必要となる表現は「～だから…」である。「～」には仮定や図形の特徴について述べ、「…」には「～」からいえること、つまり、等しい辺や角について述べていくのである。第3に、「結論部分」について述べたい。「結論部分」では、「仮定から根拠を挙げる部分」の内容を踏まえ、根拠から合同（相似）条件に当てはまることと結論を記述する。また、「結論部分」で必要な表現は、「よって～」である。「～」の部分には証明問題の結論を記述する。以上のように、証明問題を実際に進める際には、各部分で必要な表現をおさえることで、証明問題を日本語の文章で表現することができる。なお、記述指導の流れに関しては、図 11 にチャートを示した。

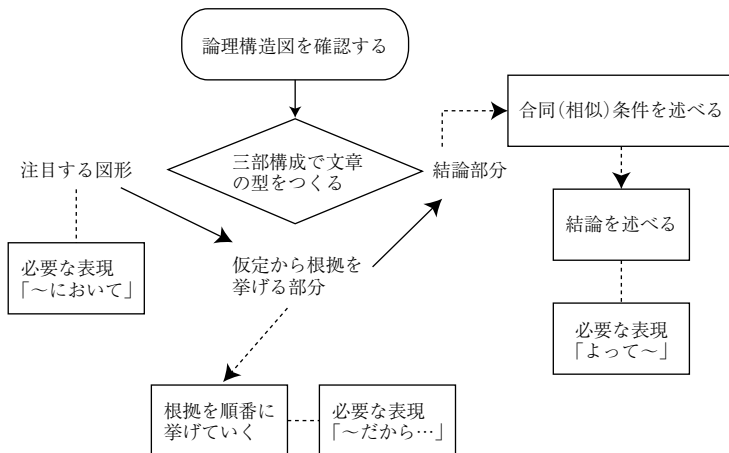


図 11 証明問題の記述指導の流れ

9.3. 証明問題の指導のまとめ

以上のように、証明問題の指導について筆者の提案を確認した。証明問題の指導を改めて確認すると、証明問題を理解させるための具体的な指導内容として、まずは、JSL 生徒に論理構造図を作成させ、証明問題の論理を理解させる。次に、論理構造図を活用して、文章の型に沿って解答を記述させる。以上のように、証明問題では、最初から文章を書くよりも、証明問題の論理構造を理解してから解答に臨んだ方が、JSL 生徒が自分の力で論証することができるようになるのではないかと筆者は考える。

10. おわりに

以上より、本研究では実際に高等学校の入学試験問題で出題された数学科の証明問題を研究対象として、分析し考察を行った。証明問題は、数学科特有の語彙が多く使用されるため、専門用語の理解はJSL生徒にとって必要不可欠といえる。しかし、それだけではなく、証明問題の文章構造を理解し、論理的に理由を述べる日本語の指導が必要であることもわかった。

今後の課題としては、証明問題の分析をさらに進め、シラバスを作成することである。証明問題の特有の語彙を挙げることに終始せず、JSL生徒が日本人生徒同様に、証明問題を自らの力で論証し、解答できるような指導方法をさらに研究しなければならない。未だに課題の多い分野ではあるが、いずれは数学科のみならず、様々な教科の日本語の表現や文章全体の構造を分析し、JSL生徒を対象とした指導に応用していく必要があるだろう。

注

- 1) 「リーディングチュウ太」とは、川村・北村（1993）によって日本語学習支援を目的に作成されたサイトである。この「リーディングチュウ太」を利用すると、分析したい文章の語彙のレベルを日本語能力試験の基準に分類することができる。また、文章全体の難易度も判定することができる。
- 2) 論理構造図は、7. や 8. で示したものを参照していただきたい。

参考文献

- 相川和慶（2013）『JSL カリキュラム』を活用した母語使用の指導案～中学数学の証明問題の場合～』『岩大語文』、岩手大学語文学会 33-27
- 映像授業 Try it（2016）『【中2 数学】 合同7 証明のコツ1』
〈<https://www.youtube.com/watch?v=uwpyArsTmIU>〉、2016年12月30日参照
- （2016）『【中2 数学】 合同8 証明のコツ2』
〈<https://www.youtube.com/watch?v=G84OXODw7Tw>〉、2016年12月30日参照
- （2016）『【中2 数学】 合同9 証明のコツ3』
〈<https://www.youtube.com/watch?v=F1xaGrWCVuk>〉、2016年12月30日参照
- グループ・ジャマシイ（1998）『教師と学習者のための日本語表現辞典』、くろしお出版
- 数研出版編集部 編（2016）『新学習指導要領準拠 チャート式 基礎からの中2数学 準

拋ドルル』

- 中学教育研究会 編著 (2016)『中学 2 年 数学 標準問題集: 3 ステップ式』、受験研究社
- 野村晃希・御園真史 (2015)「証明指導における論理構造の理解を目的とした Kneading Board 活用可能性の検討」『日本科学教育学会研究会報告』、日本科学教育学会 139-144
- 樋口万喜子 (2012)『JSL 中学高校生のための教科につなげる学習語彙・漢字ドリル スペイン語版』、ココ出版
- 藤井斉亮ほか (2014)『新しい数学 2』、東京書籍
- 文英堂編集部 編 (2016)『くわしい問題集 数学 中学 2 年』、文英堂
- 文理 (2016)『中間・期末の攻略本 数学 2 年』、文理
- 文部科学省「かすたねっと」〈<http://www.casta-net.jp/>〉、2016 年 12 月 28 日参照
- (2010)『中学校学習指導要領』、文部科学省 38
- (2015)「『日本語指導が必要な児童生徒の受入状況等に関する調査 (平成 26 年度)』の結果について」〈http://www.mext.go.jp/b_menu/houdou/27/04/1357044.htm〉、2016 年 12 月 27 日参照
- 日本語読解学習支援システム「リーディングチュウ太」〈<http://language.tiu.ac.jp/>〉、2016 年 12 月 28 日参照

分析対象

- 東京新聞「首都圏公立高校入試」〈<http://www.tokyo-np.co.jp/k-shiken/>〉、2016 年 12 月 28 日参照

(あおき・みずか、創価大学学習支援センター助教)