

# 単位根検定, 共和分検定, グレンジャー因果性検定

——カナダの金利とアメリカの金利の間の因果関係について\*——

## Unit Root Tests, Cointegration Tests, and Granger Causality Tests: the Causal Relationship between Canadian Interest Rates and U.S. Interest Rates

小林 孝次

Koji KOBAYASHI

- |                             |                           |
|-----------------------------|---------------------------|
| I. はじめに                     | IV. カナダの金利とアメリカの金利の間の因果関係 |
| II. 誤差修正モデル, 共和分とグレンジャー因果関係 | V. まとめ                    |
| III. 単位根と共和分の検定方法           |                           |

### I. はじめに

最近の計量経済学の潮流として, 単位根 (Unit root) そして共和分 (Cointegration) に関する議論が活発に行われている。すなわち, 1980年代に入って, まず各経済変数の単位根の検定をめぐる議論が起こり, つづいて変数間の共和分の関係の存在について, さらに共和分の関係と誤差修正モデルとの関連が Engel-Granger によって2段階推定法として紹介され, 現在ではこうした手法を用いた実証研究が盛んに行われるようになった<sup>1)</sup>。さ

らにこの共和分の議論は, 因果関係の議論とも密接な関わりをもっている。そこでこのノートでは, まずこうした議論を整理し<sup>2)</sup>, 次に単位根検定と共和分検定の方法をまとめ, 最後に応用例としてカナダの金利とアメリカの金利との間の因果関係について検証してみたいと思う。

### II. 誤差修正モデル, 共和分とグレンジャー因果性検定

#### (1) 誤差修正モデルの一般的定式化

誤差修正モデル (*Error Correction Model, ECM*) は, 「経済理論によって考えられてい

数多くの実証研究が行なわれている。日本の実証研究としては吉田 [15] 1989があげられる。

2) ただし, 本稿では最も単純な Engel-Granger の2段階推定法をもとに展開し, Johansen の共和分検定は扱わないことにする。養谷 [13] 1992もこの種の議論を簡潔にまとめている。

\* 本稿作成にあたり, The Economics Institute (in Colorado, U.S.A.) の Prof. Hamid Baghestani の講義ノートを参考にさせていただいた。記して謝意を表す。なお, 本稿に誤りがあるとすれば, それはすべて筆者1人が負うものであることはいうまでもない。

1) 初期のものとしては Hall [8] 1986, Jenkinson [9] 1986があげられ, それら以降,

る経済変数間の均衡関係は、長期の均衡状態においてのみ成り立つものである一方、実際に観察されるデータは過去における均衡値と実際値との乖離部分の一部を修正するように行動している姿を反映したものである」との観点から、長期の均衡状態を示す経済理論と現実に観察される短期の変動の間の調和を図るものとして考えられた。

いま、最も単純な2変数  $X$  と  $Y$  の間の長期均衡の関係として  $Y=kX$  なる関係を想定すると、誤差修正モデルは次のように定式化される<sup>3)</sup>。

$$\Delta Y_t = \beta_0 \Delta X_t - (1 - \lambda)(Y - kX)_{t-1} + u_t$$

このとき、 $Y$  の変化分  $\Delta Y_t$  は前期における誤差の一部を修正する部分  $-(1 - \lambda)(Y - kX)_{t-1}$  と、当該期における短期の調整部分に比例した部分  $\beta_0 \cdot \Delta X_t$  に分けられる。

3) いま、最も一般的な形式として次のようなモデルを考える。

$$Y_t = \beta_0 X_t + \beta_1 X_{t-1} + \lambda Y_{t-1} + u_t \quad [A]$$

ここで、 $\beta_0 + \beta_1 + k(\lambda - 1) = 0$  との制約をおき、両辺から  $Y_{t-1}$  をひくと、誤差修正モデル

$$\Delta Y_t = \beta_0 \Delta X_t - (1 - \lambda)(Y - kX)_{t-1} + u_t$$

となることが示される。

なお [A] 式において、

$\beta_1 = \lambda = 0$  とおくと単純な回帰モデルとなり、

$\beta_1 = 0$  とおくと部分調整モデルとなり、

$\lambda = 0$  とおくと分布ラグモデルとなり、

$\lambda = 1$ 、 $\beta_0 = -\beta_1$  とおくと成長率のモデルとなり、

$\beta_0 = \beta_1 = 0$  とおくとARモデルとなり、

$\beta_0 = 0$  とおくとVARモデルとなり、

$\beta_0 + \beta_1 + \lambda = 1$  とおき、両辺から  $Y_{t-1}$  をひくと、ECM

$$Y_t - Y_{t-1} = \beta_0 (X_t - X_{t-1}) - (1 - \lambda)(Y_{t-1} - X_{t-1}) + u_t$$

$\Delta Y_t = \beta_0 \Delta X_t - (1 - \lambda)(Y - X)_{t-1} + u_t$  となる。

## (2) 定常性と共和分

「定常性とはデータの平均、分散が時間によらず一定で、すなわち、時間の経過とともに発散したり、収束したりすることがなく、一定の平均の回りで一定の分散をもって変動し、自己共分散は時差のみに依存するという性質」と定義される。

次に、 $X_t$  が  $d$  回階差を取ったときにはじめてこの定常状態になるような非定常過程であるとき、 $X_t \sim I(d)$  と表現し、 $X_t$  は  $d$  次の和分であるといわれる ( $I$  は Intergration 和分の意)。これはまた  $\Delta^d X_t \sim I(0)$  とも表現される。たとえばランダムウォーク過程  $X_t = X_{t-1} + u_t$  は、 $\Delta X_t = u_t$ 、ここで  $u_t$  はホワイトノイズ、と書き換えられるから1次の和分であり<sup>4)</sup>、 $X_t \sim I(1)$  または  $\Delta X_t \sim I(0)$  と表わされる。さらにこのような非定常過程の2変数  $X_t$  と  $Y_t$  を考え、それらが互いに独立ではなく、互いに乖離することがないように変動するような関係にあるとき、 $X_t$ 、 $Y_t$  は共和分 (Cointegration) の関係にあるという。そして「2つの変数  $X_t$ 、 $Y_t$  が、 $X_t \sim I(d)$ 、 $Y_t \sim I(d)$  であるとき、 $Z_t = Y_t - k X_t \sim I(0)$  とするような定数  $k$  が存在すれば、2つの変数  $X_t$ 、 $Y_t$  は共和分の関係にある」と定義される。

これは2つ以上の時系列が共に階差モデルにしたがっているときにそれらに含まれている単位根<sup>5)</sup>が共通の単位根であることを意味する。すなわち、もしそれぞれ異った単位根

4) ランダムウォーク過程は逐次代入法により、 $X_t = X_{t-1} + u_t = u_t + u_{t-1} + u_{t-2} + \dots$  とホワイトノイズの和の形で表わされるので、[1次の] 和分といわれる。なお、ホワイトノイズは平均がゼロ、分散が一定であり、自己共分散がゼロである確率過程である。

をもっているならば，それらの時系列は時間とともにどんどん離れていくと考えられるが，単位根が共通であるならば，互いに乖離することがないように変動する関係があると考えるわけである．これはまた次のように考えることもできる．いま， $X_t \sim I(1)$ ， $Y_t \sim I(1)$  のとき，一般には， $Y_t - kX_t \sim I(1)$  となるので， $Z_t \sim I(1)$  となり，この場合  $Z_t$  は定常ではない．これに対して  $X$  と  $Y$  の長期的要素が互いに打ち消しあい， $Z_t \sim I(0)$  となる場合には  $X$  と  $Y$  の間に長期均衡の関係があると解釈するわけである．

(3) 誤差修正モデルと共和分

このように  $X_t$ ， $Y_t$  が共和分の関係にあるとき，Engel-Granger は  $X_t$ ， $Y_t$ ， $Z_t (= X_t - k Y_t)$  の間には次のような ECM の関係が成り立つことを示している<sup>6)</sup>．

$$\Delta X_t = -\psi Z_{t-1} + \sum \alpha_{1i} \Delta X_{t-i} + \sum \alpha_{2j} \Delta Y_{t-j} + \varepsilon_t \quad [a]$$

$$\Delta Y_t = -\Phi Z_{t-1} + \sum \beta_{1i} \Delta X_{t-i} + \sum \beta_{2j} \Delta Y_{t-j} + \eta_t \quad [b]$$

以上の結果から，2つの変数  $X$  と  $Y$  の関係を分析する際に，もし  $X$  と  $Y$  の間に共和分の関係があるならば，階差をとったデータ  $\Delta X$ ， $\Delta Y$  だけによる定式化には誤差修正項が欠落しており，定式化に誤りがあることになる．すなわち，当該変数間の乖離を互いに防ごうとする要因が無視された定式化になっ

てしまっている．

(4) グレンジャー因果性検定と共和分

通常，グレンジャー因果性検定は，2変数の場合，

$$\Delta X_t = \sum \alpha_{1i} \Delta X_{t-i} + \sum \alpha_{2j} \Delta Y_{t-j} + \varepsilon_t$$

$$\Delta Y_t = \sum \beta_{1i} \Delta X_{t-i} + \sum \beta_{2j} \Delta Y_{t-j} + \eta_t$$

を推定し， $H_0: \alpha_{2j} = 0$  (すべての  $j$  について) が  $H_1: \alpha_{2j} \neq 0$  (ある  $j$  について) に対して棄却されるとき， $Y$  から  $X$  への因果性が認められ， $H_0: \beta_{1i} = 0$  (すべての  $i$  について) が  $H_1: \beta_{1i} \neq 0$  (ある  $i$  について) に対して棄却されるとき， $X$  から  $Y$  への因果性が認められることになる<sup>7)</sup>．しかし上記の議論から明らかのように，もし  $X$  と  $Y$  の間に共和分の関係がある場合には， $X$  と  $Y$  を定常にするために階差をとったデータ  $\Delta X$ ， $\Delta Y$  を用いての通常グレンジャー因果性検定の定式化には誤りがあることになる．したがって，まず  $X$  と  $Y$  の間で共和分の検定を行ない，共和分の関係があるならば，これまで考慮されなかった誤差修正部分  $Z_{t-1}$  を入れた定式化でグレンジャー因果性検定を行わなければならない．一方，共和分の関係がないならば，これまで通りにグレンジャー因果性検定を行なうことができる．

なお，Engel-Granger は，2変量の共和分の体系においては，少なくとも一方方向には，グレンジャーの因果序列が存在することを示している<sup>8)</sup>．すなわち， $X$  と  $Y$  の間に共和分の関係が存在するならば， $\Delta X_t$  を説明する際に  $\Delta Y$  の過去値が有意でなかったとしても，また  $\Delta Y_t$  を説明する際に  $\Delta X$  の過去値が有意でなかったとしても，共に変動する  $X$  と

5) AR(1) 過程  $X_t = aX_{t-1} + u_t$  はバックシフトオペレータ  $L$  を用いると  $(1 - aL) X_t = u_t$  と表わされ， $X_t$  が定常であるためには  $1 - aL = 0$  が複素平面で単位円の外側に根をもたなければならないが，ランダムウォーク過程  $(1 - L) X_t = u_t$  の場合は  $a = 1$  なので単位根をもつといわれる．

6) Engel and Granger [4] 1987, 吉田 [15] 1989, Maddala [11] 1992を参照せよ．

7) Granger [9] 1969を参照せよ．

8) Engel and Granger [4] 1987を参照せよ．

Y の間に長期の関係が存在するので、この影響を無視できないわけである。したがって [a] 式において、 $\alpha_{21} = \alpha_{22} = \dots = 0$  という仮説が F テストにより棄却できなかったとしても、 $\psi = 0$  が棄却されるならば、Y が X を Granger Cause しないとはいえないのである。同様に、[b] 式において、 $\beta_{11} = \beta_{12} = \dots = 0$  という仮説が F テストにより棄却できなかったとしても、 $\Phi = 0$  が棄却されるならば、X が Y を Granger Cause しないとはいえないのである<sup>9)</sup>。

### III. 単位根と共和分の検定方法

ここで2つの系列が共和分の関係にあるかどうかを調べるための計算の手順を整理しておく。まずそれぞれの系列の和分の次数の大きさを調べるために単位根の検定を行なう。このとき2つの系列とも単位根の存在が確認され、その次数が等しければ、次にこの2つの系列に長期均衡の関係があるかどうかを調べるために共和分の検定を行なう。そしてこの2つの系列に共和分の関係がある場合には、上述の誤差修正モデルにて両者の関係を調べる。そこでまず単位根の検定方法について、次に共和分の検定方法について説明する。

#### (1) 単位根の検定方法

単位根の検定方法としては Dickey-Fuller (DF) テストと Augmented Dickey-Fuller (ADF) テストがよく用いられる<sup>10)</sup>。

DF テストでは、帰無仮説は  $X_t$  が単位根をもつ、すなわち、 $H_0: X_t \sim I(1)$  であり、こ

れは  $\Delta X_t = X_t - X_{t-1}$  とし、

$$\Delta X_t = bX_{t-1} + e_t \quad (3.1)$$

において、 $H_0: b = 0$  で表わされ、このとき対立仮説は  $H_1: X_t \sim AR(1)$  であり (3.1)

において、 $H_1: b \neq 0$  となる。ここで、 $H_0: b = 0$  が棄却されれば、 $X_t$  は定常であり、これに対して  $H_0: b = 0$  が棄却されなければ、 $X_t$  は定常ではなく、 $X_t$  は  $I(1)$  の可能性がある。そこでこの場合、1 回階差をとり、

$$\Delta X_t \text{ を } \Delta^2 X_t = \Delta X_t - \Delta X_{t-1}, \quad X_{t-1} \text{ を } \Delta X_{t-1} = X_{t-1} - X_{t-2} \text{ とし、}$$

$$\Delta^2 X_t = b \Delta X_{t-1} + e_t \quad (3.2)$$

に対して同様のテストを行ない、 $H_0: b = 0$  が棄却されれば、 $\Delta X_t$  は定常となり、 $X_t \sim I(1)$  となる。一方、 $H_0: b = 0$  が棄却されなければ、 $X_t \sim I(2)$  の可能性がある。もう1度階差をとって同じプロセスを繰り返していく。

次に、対立仮説が  $H_1: X_t \sim AR(p)$  であるときには、ADF テストとなり、これは

$$\Delta X_t = bX_{t-1} + \sum_{i=1}^p c_i \Delta X_{t-i} + e_t \quad (3.3)$$

と定式化され、帰無仮説は  $X_t$  が単位根をもつ、すなわち、 $H_0: X_t \sim I(1)$  であり、 $H_0: b = 0$  で表わされる。ここで、 $H_0: b = 0$  が棄却されれば、 $X_t$  は定常であり、 $H_0: b = 0$  が棄却されなければ、 $X_t$  は定常ではなく、 $X_t$  は  $I(1)$  の可能性がある。そこでこの場合も1回階差をとり、

$$\Delta^2 X_t = b \Delta X_{t-1} + \sum_{i=1}^p c_i \Delta^2 X_{t-i} + e_t \quad (3.4)$$

に対して同様のテストを行ない、 $H_0: b = 0$  が棄却されれば、 $\Delta X_t$  は定常となり、

$X_t \sim I(1)$  となる。一方、 $H_0: b = 0$  が棄却されなければ、 $X_t \sim I(2)$  である可能性がある。もう1度階差をとって同じプロセスを繰り返していく。

9) Miller and Russek [12] 1990を参照せよ。

10) DF テスト、ADF テストについては Dickey and Fuller [2] 1979, [3] 1981 また馬場 [1] 1987, 山本 [14] 1988, Maddala [11] 1992等を参照せよ。

ただし，ここで注意しなければならないことは，この場合，統計量は  $t$  分布には従わず， $t$  分布と比べ偏りをもった分布 ( $\tau$  分布とよばれている) に従うことが知られている。そこで，検定の際には通常の  $t$  検定ではなく，Fuller の  $\tau$  の経験分布表の臨界値を用いて行なわなければならない<sup>11)</sup>。また定数項を含む場合には  $\tau_\mu$  の経験分布表，さらにトレンド項を含む場合には  $\tau_\tau$  の経験分布表を用いなければならない<sup>12)</sup>。

## (2) 共和分の検定方法

共和分の検定方法については，共和分回帰式

$$Y_t = a + kX_t + u_t$$

において，ここでは一般に定数項を入れて計算するので，前述の式との対応では  $Z_t = Y_t - a - kX_t = u_t$  となるが， $u_t$  に対して DF テストや ADF テストを行ない， $u_t$  が定常であれば， $X_t$  と  $Y_t$  は共和分の関係にあるといわれる。ただし，この場合には Engel and Yoo によって示されている臨界値 (Table 2) を用いるよう提唱されている<sup>13)</sup>。すなわち，残差項  $u_t$  に対して DF テスト

$$\Delta u_t = bu_{t-1} + \eta_t$$

において  $H_0: b = 0$  を  $H_1: b \neq 0$  に対して Engel and Yoo によって示されている臨界値を用いて検定し， $H_0: b = 0$  が棄却されるならば， $u_t$  は定常となり，このとき  $X_t$  と  $Y_t$  は共和分の関係にあるといわれる。

一方，残差項  $u_t$  に対する ADF テストは

$$\Delta u_t = bu_{t-1} + \sum_{i=1}^p c_i \Delta u_{t-i} + \eta_t$$

において  $H_0: b = 0$  を  $H_1: b \neq 0$  に対して，

Engel and Yoo によって示されている臨界値 (Table 3) を用いて検定し<sup>14)</sup>， $H_0: b = 0$  が棄却されるならば， $u_t$  は定常となり，このとき  $X_t$  と  $Y_t$  は共和分の関係にあるといわれる。

## IV. カナダの金利とアメリカの金利との間の因果関係

現行の米加自由貿易協定に加え，1992年8月にはアメリカ，カナダ，メキシコとの間に北米自由貿易協定 (NAFTA) 案が合意し，経済のブロック化が懸念されている昨今であるが，現在，カナダは北アメリカ市場の一部としてアメリカの経済活動に組み込まれるなど，カナダのアメリカに対する貿易依存度は著しく高く，カナダ経済はアメリカ経済に大きく依存している。その結果，かつての日米間の経済関係のようにアメリカがカゼをひくとカナダは肺炎にかかるとよくいわれる。国際金融の観点からは「従来カナダの国際収支の特殊構造ともみられる点は，経常収支の大幅な赤字とそれを埋める多額の資本流入であり，とくに対米関係では利子・配当の支払が大きくほとんどの資本を米国から流入している。なお，米国・カナダ間の資金移動は両国の金利差に左右されるので，カナダの国内金融政策はつねに米国の金利水準を考慮せざるを得ない」<sup>15)</sup>とされている。したがって，カナダの金利とアメリカの金利との間の因果関係としては，後者から前者への一方方向の因果関係があるのではないかと思われるが，両者の間には図1にみられるように同じような動きをしているので，共和分の関係が存在す

11) Fuller [6] 1976, p. 373.

12) Fuller [6] 1976, p. 373.

13) Engel and Yoo [5] 1987, Table 2.

14) Engel and Yoo [5] 1987, Table 3.

15) 在カナダ日本国大使館 [16] 1984, pp. 89-90.

表1 単位根の検定の結果

	DFテスト		ADFテスト	
	レベル	1階の階差	レベル	1階の階差
TBRC	-0.416	-7.152***	-0.260	-3.836***
TBRU	-0.707	-7.855***	-0.513	-3.099***

注) \*\*\*は1%水準で有意であることを意味する。  
 $n=100$ のとき、有意水準1%の $\tau$ の臨界値は-2.60、有意水準10%の $\tau$ の臨界値は-1.61である。詳細は Fuller [6] 1976, p.373を参照せよ。

る可能性もある。そこでカナダの金利とアメリカの金利について上で述べた方法で順にテストを行なってみることにする。

ここでデータとしてはカナダの金利についてはカナダの大蔵省証券の利回り(TBRC)を、アメリカの金利についてはアメリカの財務省証券の利回り(TBRU)を International Financial Statistics から入手した。なお、期間は1970年第1四半期~91年第3四半期までである。

#### (1) 単位根の検定

まず、単位根の検定を行なったところ、表

1のような結果が得られた。最初に、カナダの金利TBRCに対してDFテストを行なったところ、レベルのまま(3.1)では、 $\tau = -0.416$ で帰無仮説  $H_0: b = 0$ 、すなわち  $X_t \sim I(1)$  は有意水準10%でも棄却されなかった ( $n=100$ のとき  $\tau$  の臨界値は-1.61)。そこで次に、1階の階差をとってDFテスト(3.2)を行なったところ、 $\tau = -7.152$ で帰無仮説  $H_0: b = 0$ 、すなわち  $X_t \sim I(2)$  は有意水準1%で棄却され ( $n=100$ のとき  $\tau$  の臨界値は-2.60)、DFテストにより、 $TBRC \sim I(1)$  であることが確認された。次に四半期データを用いているので  $\Delta X_{t-4}$  のラグを4期までとしてADFテストを行なったところ、レベルのままでは  $\tau = -0.260$ で帰無仮説  $H_0: b = 0$ 、すなわち  $X_t \sim I(1)$  は有意水準10%でも棄却されず、次に、1階の階差をとった場合には  $\tau = -3.836$ となり、帰無仮説  $H_0: b = 0$ 、すなわち  $X_t \sim I(2)$  は有意水準1%で棄却され、ADFテストによ

図1 カナダの金利とアメリカの金利(レベル)

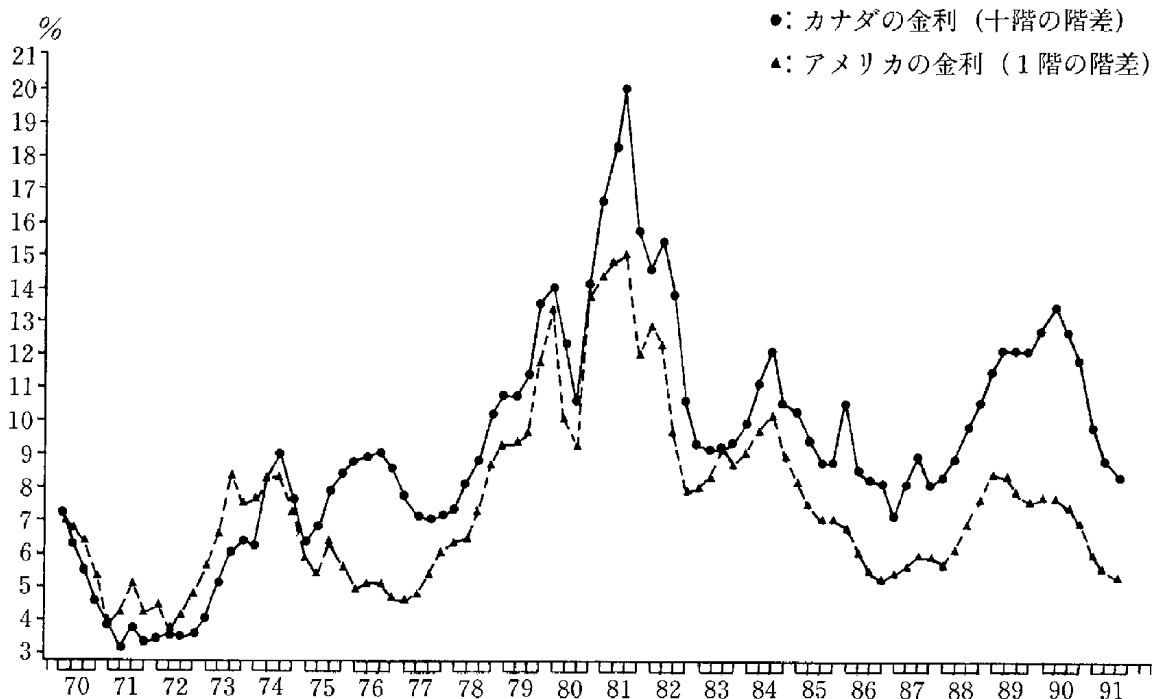


表2 共和分の検定の結果

	定数項	TBRU の係数	TBRC の係数	R <sup>2</sup>	CRDW	DF テスト	ADF テスト
TBRC	0.7879	1.1325		0.7254	0.229	-2.280	-1.835
TBRU	1.5632		0.6405	0.7254	0.267	-2.378	-1.793

注) n=100のときのDFテスト, ADFテスト, それぞれの10%臨界値は-3.03, -2.91である。詳細はそれぞれEngel and Yoo [5] 1987, Table 2, 3を参照せよ。  
CRDWの10%臨界値は0.322である。詳細はEngel and Granger [4] 1987を参照せよ。

でもTBRC ~ I(1)であることが確認された。

次に、アメリカの金利TBRUについても同様なテストを行なったところ、表1に示されているように、DFテストとADFテストの両方によって、共にTBRU ~ I(1)であることが確認された。

図2にはTBRCとTBRU, それぞれについて1階の階差をとったグラフが描かれている。これを図1に比べるとそれらは定常な系列となっていることが視覚からも確認できる。

(2) 共和分の検定

いま、カナダの金利もアメリカの金利ともにI(1)であることがわかったので、つぎに両者の間に共和分関係があるかどうかを検定してみた。その結果は表2に示されている。

まずTBRCを定数項とTBRUとに回帰(共和分回帰)したところ、DFテストでは $\tau = -2.280$ となり、ADFテストでは $\tau = -1.835$ となり、Engel and Yooによれば、n = 100のときのそれぞれの10%臨界値は-3.03, -2.91であるからその残差はDFテストによってもADFテストによっても帰無仮説  $H_0: b = 0$ , すなわち  $u_t \sim I(1)$  は有意水

図2 カナダの金利とアメリカの金利(1階の階差)

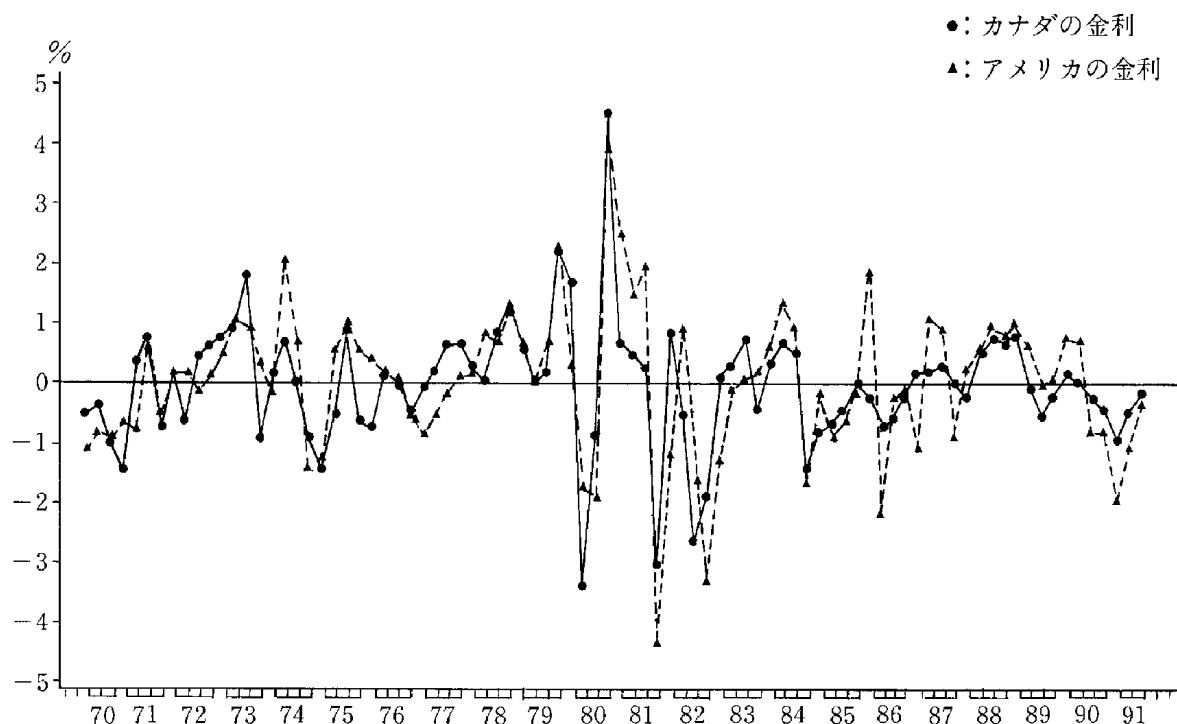


表3 グレンジャー因果性検定の結果

	H <sub>0</sub> : TBRU→TBRC	H <sub>0</sub> : TBRC→TBRU
F値	3.2810***	1.7866
Prob>F	0.0049	0.1047
χ <sup>2</sup>	3.4650	1.5525
ラグ	7	7

注) \*\*\*は1%水準で有意であることを意味する。

準10%でも棄却されなかった。また追加的にEngel and Grangerによって示されている共和分回帰式におけるDWによるテスト、すなわちCRDWをチェックしても有意水準10%でも棄却されなかった<sup>16)</sup>。したがって、この共和分回帰式からはカナダの金利とアメリカの金利の間には共和分の関係はないということが示された。

次に、TBRUを定数項とTBRCとに回帰(共和分回帰)したときも、やはり同じ結果が得られ、この共和分回帰式からもカナダの金利とアメリカの金利の間には共和分の関係はないということが確認された。

### (3) グレンジャー因果性検定

以上の結果から、カナダの金利とアメリカの金利との間の因果関係を検証する際には両者の間の共和分の関係を考慮する必要はなく、通常のグレンジャー因果性検定を行えばよいことがわかった。そこで、まずラグの長さをAIC基準により求めたところ、ラグは7となったので、次のように定式化された。

$$\Delta TBRU_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^7 \alpha_{1i} \Delta TBRU_{t-i} + \sum_{j=1}^7 \alpha_{2j} \Delta TBRC_{t-j} + \varepsilon_t$$

$$\Delta TBRC_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^7 \beta_{1i} \Delta TBRU_{t-i} + \sum_{j=1}^7 \beta_{2j} \Delta TBRC_{t-j} + \eta_t$$

グレンジャー因果性検定の結果は表3に示

されているとおりである。

まず、アメリカの金利がカナダの金利に対してGranger Causeしていないという帰無仮説  $H_0: \beta_{11} = \beta_{12} = \dots = \beta_{17} = 0$  はF値=3.2810より有意水準1%でもって棄却された。一方、カナダの金利がアメリカの金利に対してGranger Causeしていないという帰無仮説  $H_0: \alpha_{21} = \alpha_{22} = \dots = \alpha_{27}$  はF値=1.7866より、有意水準10%でもって棄却することはできなかった。また、このとき残差項の4次の系列相関に対するテストを行なったところ、それぞれ  $\chi^2 = 3.4650$ ,  $\chi^2 = 1.5525$  となり、自由度4の  $\chi^2$  の1%水準の臨界値は13.7であるから残差項には系列相関はないことが有意水準1%でもって確認された<sup>17)</sup>。

なお、この例では共和分の関係を全く考慮する必要がなかったわけであるが、念のため、誤差修正部分  $Z_{t-1}$  を入れた定式化でグレンジャーの因果性検定を行なってみたところ、誤差修正部分  $Z_{t-1}$  は有意とはならず、上述の結果と同じ結果が得られた。

したがって、カナダの金利とアメリカの金利との間の因果関係としては、グレンジャーの意味で後者から前者への一方方向の因果関係があることが確認された。

## V. まとめ

本稿ではカナダの金利とアメリカの金利の間の関係についてグレンジャー因果性検定を行ない、その結果、アメリカの金利からカナダの金利へというグレンジャーの意味での一方方向の因果関係が検出され、アメリカがカゼをひくとカナダは肺炎にかかるといわれる。

17) 小林 [10] 1987を参照せよ。

16) 10%臨界値は0.322である。詳細はEngel and Granger [4] 1987を参照せよ。



現象が金融面から確認された。

その際，グレンジャー因果性検定を行なう前に，両変数の単位根検定ならびに共和分検定を行ない，両変数の間に共和分関係がないことが確認されたので，通常のグレンジャー因果性検定のままで検定をすることができた。また単位根検定からは両変数ともレベルのままでは非定常であり，一回の階差をとることにより定常になることがわかった。金利についてはレベルのままで定常であるのか，それとも階差をとる必要があるのかがしばしば議論されるが，本稿ではこれを単位根検定により客観的に検証することができた。

なお本稿では Enger-Granger の 2 段階法にもとづいて議論を進め Johansen の共和分検定の方法は用いなかったもので，この方法を用いてのテストは今後の課題としていくことにする。

#### 引用文献

- [1] 馬場善久「単位根の検定——最近の研究の展望」『創価経済論集』第17巻第3号，1987年12月。
- [2] Dickey, D. A. and Fuller, W. A., "Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series With a Unit Root," *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 74, No.366, June 1979.
- [3] Dickey, D. A. and Fuller, W. A., "Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series With a Unit Root," *Econometrica*, Vol.49, No.4, July 1981.
- [4] Engel, R. F. and Granger, C. W. J., "Co-integration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing," *Econometrica*, Vol.55, No.2, March 1987.
- [5] Engel, R. F. and Yoo, B. S., "Forecasting and Testing in Co-integrated Systems," *Journal of Econometrics*, Vol.35, No.1, May 1987.
- [6] Fuller, W. A., *Introduction to Statistical Time Series*, Wiley, 1976.
- [7] Granger, C. W. J., "Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross Spectral Methods," *Econometrica*, Vol.37, No.3, July 1969.
- [8] Hall, S. G., "An Application of the Granger & Engel Two-Step Estimation Procedure to United Kingdom Aggregate Wage Data," *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, Vol.48, No.3, August 1986.
- [9] Jenkinson, T. J., "Testing Neo-Classical Theories of Labour Demand: An Application of Cointegration Techniques," *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, Vol.48, No.3, August 1986.
- [10] 小林孝次「ハイパワードマネー，マネーサプライ，及び銀行貸出の間の因果関係テスト」『創価経済論集』第17巻第1号，1987年6月。
- [11] Maddala, G. S., *Introduction to Econometrics (2nd ed.)* Mcmillan, 1992.
- [12] Miller, S. M. and Russek, F. S., "Co-integration and Error-Correction Models: The Temporal Causality between Government Taxes and Spending," *Southern Economic Journal*, Vol.57, No.1, July 1990.
- [13] 蓑谷千鳳彦「計量経済学の新しい動向」『日本経済新聞：やさしい経済学』1992年11月26日-12月2日。
- [14] 山本 拓『経済の時系列分析』創文社，1988年。
- [15] 吉田知生「通貨需要関数の安定性をめぐって——E C M (Error Correction Model) による計測——」『金融研究』第8巻第3号1989年10月。
- [16] 在カナダ日本国大使館編『カナダ』日本国際問題研究所，1984年。